

---

## PENCOCOKAN DATA (*DATA FITTING*) DALAM MENENTUKAN PARAMETER FUNGSI LOGISTIK SEBAGAI POLA PERTUMBUHAN BIOMASSA IKAN

**Hardin Sukiyatno<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup>Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam,  
Universitas Halu Oleo, Kendari, Indonesia  
E-mail: [sukiyatno24@gmail.com](mailto:sukiyatno24@gmail.com)

**Norma Muhtar<sup>1,a)</sup>, Muh. Kabil Djafar<sup>1,b)</sup>, Alfian<sup>1,c)</sup> dan Edi Cahyono<sup>1,d)</sup>**

<sup>1)</sup>Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Pengetahuan Alam,  
Universitas Halu Oleo, Kendari, Indonesia  
E-mail: <sup>a)</sup>[norma.uho@gmail.com](mailto:norma.uho@gmail.com), <sup>b)</sup>[kabildjafar@gmail.com](mailto:kabildjafar@gmail.com), <sup>c)</sup>[alfianmath03@uho.ac.id](mailto:alfianmath03@uho.ac.id), <sup>d)</sup>[edi.cahyono@uho.ac.id](mailto:edi.cahyono@uho.ac.id)

### ABSTRAK

Model pertumbuhan logistik merupakan salah satu model matematika yang sangat menarik untuk dipelajari dan terus dikaji dikarenakan masalah yang berkaitan dengan pertumbuhan populasi selalu mengalami perkembangan dan perubahan seiring dengan berjalannya waktu sehingga banyak menarik perhatian para peneliti untuk terus mengkaji, mengembangkan dan bahkan memodifikasi model yang berkaitan dengan masalah pertumbuhan populasi dalam model logistik. Penelitian ini berfokus pada aspek penentuan parameter fungsi logistik, yaitu terkait tentang pencocokan data pertumbuhan berat biomassa ikan. Pencocokan data (*Data Fitting*) merupakan suatu proses menemukan parameter fungsi matematika atau model statistik yang paling baik untuk mewakili pola atau *tren* dalam kumpulan data. Tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh *tren* fungsi logistik dari data pertumbuhan berat biomassa ikan. Penentuan parameter fungsi logistik dicari dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Tujuan metode ini adalah untuk menemukan nilai parameter fungsi logistik, yaitu parameter  $K$  dan  $r$  yang paling sesuai dengan data pertumbuhan berat biomassa ikan. Hasil analisis metode ini menghasilkan persamaan non-linear yang sulit diselesaikan secara analitik melainkan dengan penyelesaian secara numerik. Penyelesaian tersebut dijalankan dengan bantuan *software maple*, sehingga diperoleh nilai parameter  $K = 181,46829335146 g$  dan  $r = 1,417334022638 g$ .

**Kata Kunci:** Model Pertumbuhan Logistik, Pencocokan Data, Solusi Khusus Fungsi Logistik, Biomassa Ikan, Metode Kuadrat Terkecil, Kurva *Fitting*

### ABSTRACT

*The logistic growth model is a mathematical model that is very interesting to study and continues to be studied because problems related to population growth always experience development and change over time so that it attracts the attention of many researchers to continue to study, develop and even modify models related to it. population growth problems in logistic models. This research focuses on the aspect of determining the parameters of the logistic function, which is related to matching fish biomass weight growth data. Data fitting is a process of finding the parameters of a mathematical function or statistical model that best represents patterns or trends in a data set. The aim of this research is to obtain trends in the logistic function from fish biomass weight growth data. Determination of the parameters of the logistic function is sought using the least squares method. The aim of this method is to find the values of the logistic function parameters, namely the  $K$  and  $r$  parameters, which best match the fish biomass weight growth data. The results of the analysis of this method produce non-linear equations which are difficult to solve analytically but rather with numerical solutions. This solution was carried out with the help of maple software, so that the parameter values  $K = 181.46829335146 g$  and  $r = 1.417334022638 g$  were obtained.*

**Keywords:** Logistic Growth Model, Data Fitting, Logistic Function Specific Solutions, Fish Biomass, Least Squares Method, Curve Fitting.

#### 1. Pendahuluan

Model pertumbuhan populasi logistik pertama kali diperkenalkan pada bidang ekologi pada tahun

1838 oleh karya penting Pierre-Francois Verhulst (1844-1849). Verhulst menurunkan persamaan logistik untuk menggambarkan pertumbuhan populasi biologis di lingkungan yang terbatas oleh daya dukung

lingkungan. Model logistik mengasumsikan bahwa laju pertumbuhan populasi sebesar  $r$  menurun secara linier dengan ukuran hingga sama dengan nol pada daya dukung lingkungan. Sejak penemuannya, persamaan logistik telah banyak digunakan dalam banyak bidang ilmiah seperti ekologi, kimia, dinamika populasi, psikologi matematika, geosains, statistik dan ekonomi (Gotelli, 2008).

Model pertumbuhan populasi logistik memperkirakan bahwa pertumbuhan populasi akan meningkat dengan cepat pada awalnya, kemudian melambat dan mencapai kestabilan di bawah batas tertentu. Ketika jumlah populasi mendekati kapasitas lingkungan, laju pertumbuhan populasi menurun, sehingga populasi mencapai keseimbangan pada nilai  $K$  (*carrying capacity*). Verhulst berpendapat bahwa, untuk model pertumbuhan populasi yang stabil akan memiliki tingkat kejenuhan yang khas. Tingkat kejenuhan ini biasanya disebut sebagai *carrying capacity* dan menjadi batas maksimum pada ukuran pertumbuhan populasi. Fungsi logistik pada bidang ekologi dapat digunakan untuk memodelkan pertumbuhan biomassa, seperti biomassa ikan atau biomassa rumput laut (Tsoularis dan Wallace, 20017).

Biomassa adalah total massa atau berat bahan organik yang ada dalam suatu sistem biologis. Ini termasuk semua bahan hidup, seperti tumbuhan, hewan, mikroorganisme, serta sisa-sisa organisme yang telah mati. Biomassa dapat diukur dalam berbagai bentuk, termasuk berat basah, berat kering, atau volume organisme (Murray, 2002). Pertumbuhan biomassa adalah suatu proses yang kompleks dan dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti nutrisi, suhu, kelembaban, dan cahaya. Pertumbuhan biomassa adalah indikator penting dalam studi ekologi, pertanian, dan bidang lain yang melibatkan pemahaman tentang pertumbuhan dan produktivitas organisme. Salah satu cara untuk memodelkan pertumbuhan biomassa adalah dengan menggunakan fungsi logistik (Ugya dan Meguellati, 2022).

Penentuan parameter fungsi logistik sebagai pola pertumbuhan berat biomassa ikan, diperlukan pencocokan data dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Teknik ini digunakan untuk menentukan nilai parameter  $r$  dan  $K$  dengan meminimumkan selisih jumlah kuadrat terkecil antara data dengan model matematika. Model matematika yang diberikan berupa solusi khusus model logistik (Allaire dkk., 2021).

Pencocokan data (*Data Fitting*) merupakan suatu proses menemukan parameter fungsi matematika atau model statistik yang paling baik untuk mewakili pola atau *tren* dalam kumpulan data, hingga model yang dihasilkan cocok dengan data yang diberikan. Dengan mengetahui parameter fungsi logistik, maka dapat diprediksi pertumbuhan biomassa ikan serta dapat

digunakan untuk mengoptimalkan pengelolaan sumber daya ikan. (Eberly, 2021).

Pada bagian kedua dijelaskan tentang model pertumbuhan logistik biomassa ikan, perumusan pencocokan data serta metode kuadrat terkecil terkait data *fitting*. Selanjutnya pada bagian ketiga membahas hasil penelitian terkait metode pencocokan kuadrat terkecil untuk model pertumbuhan logistik dan penerapan hasil parameter yang diperoleh. Pada bagian keempat membahas kesimpulan dan saran berdasarkan hasil yang diperoleh pada bagian tiga.

## 2. Kajian Pustaka

### 2.1 Model Pertumbuhan Logistik Biomassa Ikan

Model pertumbuhan logistik adalah suatu model matematika yang digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan populasi dengan mempertimbangkan batasan daya dukung lingkungan. Model ini merupakan perluasan dari model pertumbuhan eksponensial (Sunarsih dan Hidayati, 2010). Menurut Zullaikah dan Sutimin, (2008) model pertumbuhan logistik dapat juga digunakan untuk memodelkan pertumbuhan biomassa seperti biomassa ikan ataupun biomassa rumput laut.

Secara matematis model persamaan diferensial logistik biomassa ikan dinyatakan sebagai:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \left( 1 - \frac{N(t)}{K} \right) \quad (2.1)$$

dimana  $N(t)$  menyatakan sebagai jumlah populasi biomassa ikan pada waktu  $t$ , konstanta  $r$  dan  $K$  merupakan parameter positif ( $r, K > 0$ ) dimana  $r$  merupakan laju pertumbuhan *intrinsik* populasi biomassa ikan,  $K$  merupakan *carrying capacity* (daya tampung kolam ikan) dan  $t$  adalah waktu (Linda J.S. Allen, 2007).

Menurut Cahyono dan Arman (2021), persamaan (2.1) merupakan persamaan diferensial terpisahkan sehingga solusi khususnya dapat dicari dengan metode pemisahan variable. Persamaan (2.1) dapat dituliskan menjadi

$$\frac{dN(t)}{dt} = f(t) \cdot g(N(t)) \quad (2.2)$$

dimana,

$$f(t) = r \quad (2.3)$$

dan

$$g(N(t)) = N(t) \left( 1 - \frac{N(t)}{K} \right) \quad (2.4)$$

$N(t)$  adalah variabel terikat yang merupakan fungsi dari  $t$  sedangkan,  $g(N(t))$  dan  $f(t)$  adalah fungsi-

fungsi yang tergantung pada  $t$  dan  $N(t)$ . Sehingga persamaan (2.2) dituliskan

$$\frac{1}{g(N(t))} \cdot \frac{dN(t)}{dt} = f(t)$$

$$\frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)} \cdot \frac{dN(t)}{dt} = r \quad (2.5)$$

misalkan  $p(N(t)) = \frac{1}{g(N(t))}$  dengan  $(N(t))' = \frac{dN(t)}{dt}$  sehingga persamaan (2.5) dapat dituliskan

$$p(N(t)) \cdot (N(t))' = f(t) = r \quad (2.6)$$

Misalkan  $P(N(t))$  adalah fungsi yang memenuhi:

$$\frac{dP}{dN(t)} = p(N(t)) = \frac{1}{N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)} \quad (2.7)$$

dimana  $P(N(t))$  merupakan anti turunan dari  $p(N(t)) = \frac{1}{g(N(t))}$  terhadap  $N(t)$ . Di sisi lain, dengan menerapkan turunan aturan berantai, berlaku:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP}{dN(t)} \cdot \frac{dN(t)}{dt}$$

$$\frac{dP}{dt} = p(N(t)) \cdot (N(t))' = r \quad (2.8)$$

Integralkan kedua ruas Persamaan (2.7) terhadap  $N(t)$  dan Persamaan (2.8) terhadap  $t$  berlaku:

$$P(t) = K \int \frac{dN(t)}{KN(t) - N(t)^2} \quad (2.9)$$

Persamaan (2.9) merupakan bentuk integral rasional, sehingga berlaku

$$\frac{K}{N(t)(K - N(t))} = \frac{A}{N(t)} + \frac{B}{K - N(t)}$$

Dari penjelasan ini, diperoleh

$$A = 1 \text{ dan } B = 1$$

Sehingga persamaan (2.9) dituliskan menjadi

$$P(t) = \int \frac{1}{N(t)} dN(t) + \int \frac{1}{K - N(t)} dN(t) \quad (2.10)$$

dan

$$P(t) = \int r dt \quad (2.11)$$

Dari persamaan (2.10) dan persamaan (2.11) berlaku:

$$\int \frac{1}{N(t)} dN(t) + \int \frac{1}{K - N(t)} dN(t) = \int r dt$$

$$\ln N(t) - \ln(K - N(t)) = rt + C$$

$$\ln \left( \frac{N(t)}{K - N(t)} \right) = rt + C$$

Berdasarkan penjelasan di atas diperoleh

$$N(t) = \frac{Ke^{rt+C}}{(1 + e^{rt+C})} \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) jika diberikan syarat awal  $t = 0$  dan  $N(0) = N_0$  dengan  $C$  konstanta integrasi berlaku

$$N(0) = N_0 = \frac{Ke^{r(0)+C}}{1 + e^{r(0)+C}}$$

Dari penjelasan di atas diperoleh,

$$C = \ln \left( \frac{N_0}{K - N_0} \right) \quad (2.13)$$

selanjutnya substitusi persamaan (2.13) ke dalam persamaan (2.12) sehingga berlaku

$$N(t) = \frac{Ke^{rt + \ln \left( \frac{N_0}{K - N_0} \right)}}{1 + e^{rt + \ln \left( \frac{N_0}{K - N_0} \right)}}$$

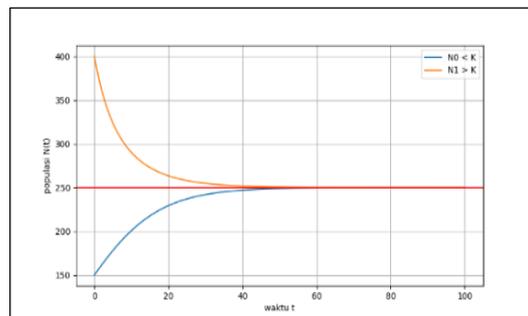
dari penjelasan di atas diperoleh solusi khusus model logistik dari persamaan (2.1) sebagai berikut:

$$N(t) = \frac{K}{1 + \left( \frac{K}{N_0} - 1 \right) e^{-rt}} \quad (2.14)$$

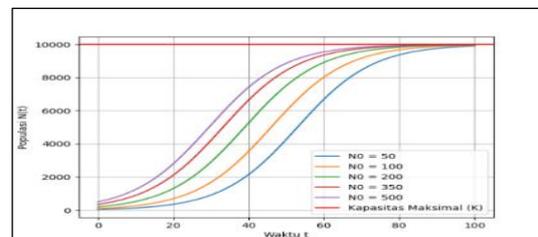
Jika persamaan (2.14) dilimitkan  $t \rightarrow \infty$ , didapatkan:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = K$$

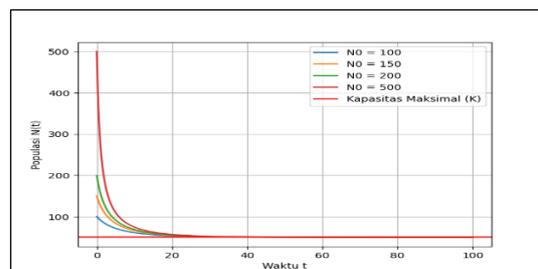
Menurut Panigoro (2017), model (2.1) memiliki pergerakan potret fase dari solusi khusus model (2.14) dapat dilihat grafiknya pada gambar berikut:



**Gambar 2.1** Grafik Solusi Khusus Fungsi Logistik



**Gambar 2.2** Grafik Solusi Khusus Fungsi Logistik



**Gambar 2.3** Grafik Solusi Khusus Fungsi Logistik

## 2.2 Perumusam Masalah Pencocokan Data (Data Fitting)

Formula permasalahan data fitting dapat didefinisikan sebagai berikut:

Misalkan diberikan  $m$  sepasang titik data yaitu  $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_m, y_m)$  dengan  $i = 1, 2, \dots, m$ . Pasangan data tersebut dapat di gambarkan dengan hubungan persamaan berikut:

$$y_i = \phi(t_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.15)$$

fungsi  $\phi(t_i)$  disebut sebagai fungsi data.  $t_i$  adalah variabel independen dan  $y_i$  adalah variabel dependen yang diamati untuk setiap  $t_i$ . Sedangkan  $\varepsilon_i (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_m)$  merupakan *error* dalam data. Dalam pencocokan data, perlu memperhatikan perhitungan pendekatan untuk fungsi  $\phi(t)$ . Pendekatan ini diberikan oleh model  $M(\beta, t)$ , di mana vektor  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^T$  mengandung  $n$  parameter yang menggambarkan model dan harus ditentukan dari data yang diberikan. Model yang diberikan yaitu:

$$M(\beta, t) = \sum_{j=1}^n \beta_j \cdot f_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.16)$$

(Hansen dkk., 2013)

## 2.3 Metode Kuadrat Terkecil Pencocokan Data

Menurut Hansen dkk (2013), konsep dasar teoritis metode kuadrat terkecil yaitu untuk meminimumkan jumlah kuadrat residunya ( $r_i$ ). Secara matematis residual ( $r_i$ ) dapat didefinisikan

$$y_i = M(\beta, t_i) + r_i \quad (2.17)$$

Persamaan (2.17) dapat dituliskan menjadi

$$r_i = y_i - M(\beta, t_i), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

dimana setiap residual  $r_i$  adalah fungsi dari vektor parameter  $\beta$ , yaitu  $r_i = r_i(\beta)$ . Kecocokan kuadrat terkecil adalah pilihan fungsi dari vektor parameter  $\beta$  yang meminimumkan jumlah kuadrat residu ( $r_i = r_i(\beta)$ ), untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, m$  maka jumlah kuadrat residu (2.18) sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m (r_i(\beta))^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - M(\beta, t_i))^2 \quad (2.19)$$

## 3. Hasil dan Pembahasan

### 3.1 Metode Pencocokan Kuadrat Terkecil untuk Model Pertumbuhan Logistik Biomassa Ikan

Metode pencocokan kuadrat terkecil (*Least Squares Fitting Method*) untuk model logistik digunakan berupa solusi khusus pada model fungsi logistik. Dalam konteks pertumbuhan logistik biomassa ikan, tujuannya adalah untuk menemukan parameter terbaik model fungsi logistik yang paling

sesuai dengan data pengamatan yang diberikan. Solusi khususnya diberikan sebagai berikut

$$N(t_j) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_j}}; \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.1)$$

Dimana  $N(t_j)$  merupakan berat biomassa ikan pada waktu  $t_j$  dalam bulan, untuk  $t_j = (t_1 = 4, t_2 = 5, \dots, t_6 = 9)$  (berdasarkan data).  $N_0$  adalah berat awal biomassa ikan (massa jentik ikan).

Persamaan (3.1) dapat dituliskan sebagai deret jumlah untuk setiap suku  $t_j = 4, 5, \dots, 9$  berlaku:

$$\sum_{t_j=4}^9 N(t_j) = \sum_{t_j=4}^9 \left( \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_j}} \right) \quad (3.2)$$

Persamaan (3.2) akan dicari nilai parameter  $K$  dan  $r$  dengan menggunakan data pertumbuhan berat biomassa ikan dilakukan dengan meminimumkan jumlah kuadrat total *error* per baris (*Total Sum of Squared Error per Row*) ( $\varepsilon_{t_j,i}$ ) dari masing-masing data pertumbuhan berat biomassa ikan, berlaku

$$y_{t_j,i} = N(t_j) + \varepsilon_{t_j,i}, \quad t_j = 4, 5, \dots, 9, \quad i = 1, 2, \dots, n = 50 \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{t_j,i} = y_{t_j,i} - N(t_j)$$

dimana  $t_j$  merupakan periode waktu pengamatan dilakukan selama enam bulan, yaitu dari bulan Januari ( $t_1$ ) sampai bulan Juni ( $t_6$ ) dan  $n$  menyatakan jumlah data ( $n = 50$ ). Persamaan (3.3) secara matematis dapat dituliskan sebagai deret penjumlahan untuk setiap suku  $t_j$  dari *error* ( $\varepsilon_{t_j,i}$ ) yaitu:

$$\begin{aligned} \sum_{t_j=4}^9 \varepsilon_{t_j,i} &= \sum_{t_j=4}^9 (y_{t_j,i} - N(t_j)) \\ &= [y_{4,i} - N(4)] + [y_{5,i} - N(5)] \\ &\quad + [y_{6,i} - N(6)] + [y_{7,i} - N(7)] \\ &\quad + [y_{8,i} - N(8)] + [y_{9,i} - N(9)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Substitusi  $N(t_j)$  pada persamaan (3.1) ke dalam persamaan (3.4)

$$\sum_{t_j=4}^9 \varepsilon_{t_j,i} = \sum_{t_j=4}^9 \left( y_{t_j,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_j}} \right), \quad (3.5)$$

Jumlah total *error* per baris (*sum of error per row*) ( $\varepsilon_{t_j,i}$ ) dari persamaan (3.4), untuk setiap  $i = 1, 2, \dots, 50$  berlaku:

$$\sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} \varepsilon_{t_j,i} \right) = \sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} (y_{t_j,i} - N(t_j)) \right) \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^{50} (y_{6,i} - N(4)) + \sum_{i=1}^{50} (y_{6,i} - N(5)) \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} (y_{6,i} - N(6)) + \sum_{i=1}^{50} (y_{7,i} - N(7)) \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} (y_{8,i} - N(8)) + \sum_{i=1}^{50} (y_{9,i} - N(9))
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, rumus ini mencakup penjumlahan *error* ( $\varepsilon_{t_j,i}$ ) untuk setiap kombinasi  $t_j$  dan  $i$  dalam rentang waktu yang diberikan. Persamaan (3.6) menyatakan bahwa jumlah *error* dari setiap kolom (variabel  $t_j = 4,5, \dots, 9$ ) adalah sama dengan penjumlahan *error* dari setiap baris (variabel  $i = 1,2, \dots, 50$ ). Ini menunjukkan bahwa jumlah *error* total dapat dilihat sebagai penjumlahan dari *error* per baris atau per pengamatan. Substitusi  $N(t_j)$  pada persamaan (3.1) ke persamaan (3.6), berlaku:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} \varepsilon_{t_j,i} \right) \\
 &= \sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} \left( y_{t_j,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_j}} \right) \right) \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (2.19), maka jumlah kuadrat total *error* per baris (*Total Sum of Squared Error per Row*) ( $\varepsilon_{t_j,i}$ ) pada persamaan (3.7) berlaku:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} (\varepsilon_{t_j,i})^2 \right) \\
 &= \sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} (y_{t_j,i} - N(t_j))^2 \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{50} (y_{4,i} - N(4))^2 + \sum_{i=1}^{50} (y_{5,i} - N(5))^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} (y_{5,i} - N(6))^2 + \sum_{i=1}^{50} (y_{6,i} - N(7))^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} (y_{7,i} - N(8))^2 + \sum_{i=1}^{50} (y_{8,i} - N(9))^2 \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Persamaan (3.8) dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\begin{aligned}
 &\sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} (\varepsilon_{t_j,i})^2 \right) \\
 &= \sum_{i=1}^{50} \left( y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{5,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-5r}} \right)^2 \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{6,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-6r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{7,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-7r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{8,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-8r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{9,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-9r}} \right)^2
 \end{aligned}$$

Untuk mempermudah perhitungan dalam menentukan parameter  $K$  dan  $r$  pada (3.9), dimisalkan bahwa  $F(K, r)$  merupakan representasi dari jumlah kuadrat total *error* per baris, berlaku

$$F(K, r) = \sum_{t_j=4}^9 \left( \sum_{i=1}^{50} (\varepsilon_{t_j,i})^2 \right) \quad (3.10)$$

Berdasarkan persamaan (3.9) maka persamaan (3.10) dapat dituliskan menjadi

$$\begin{aligned}
 &F(K, r) \\
 &= \sum_{i=1}^{50} \left( y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{5,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-5r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{6,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-6r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{7,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-7r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{8,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-8r}} \right)^2 \\
 &+ \sum_{i=1}^{50} \left( y_{9,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-9r}} \right)^2 \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

Misalkan diambil suatu fungsi  $F_4(K, r) =$

$\sum_{i=1}^{50} \left( y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}} \right)^2$  dengan  $f_4(K, r) = y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}}$  dan berlaku untuk semua fungsi yang berada di dalam fungsi  $F(K, r)$ , yaitu  $F_5(K, r)$ ,  $F_6(K, r)$ ,  $F_7(K, r)$ ,  $F_8(K, r)$ , dan  $F_9(K, r)$ , maka secara matematis fungsi  $F(K, r)$  pada persamaan (3.11) dapat dituliskan dalam bentuk berikut:

$$\begin{aligned}
 F(K, r) &= F_4(K, r) + F_5(K, r) + F_6(K, r) \\
 &\quad + F_7(K, r) + F_8(K, r) + F_9(K, r) \\
 &= \sum_{i=1}^{50} (f_4(K, r))^2 + \sum_{i=1}^{50} (f_5(K, r))^2 \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{50} (f_6(K, r))^2 + \sum_{i=1}^{50} (f_7(K, r))^2 \\
 &\quad + \sum_{i=1}^{50} (f_8(K, r))^2 + \sum_{i=1}^{50} (f_9(K, r))^2
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Untuk mencari nilai parameter  $K$  dan  $r$  dari (3.11) akan dilakukan dengan cara menurunkan fungsi  $F(K, r)$  secara parsial terhadap parameter  $K$  dan  $r$  dan hasil turunannya disamakan dengan nol.

$$\frac{\partial F(K, r)}{\partial K} = 0, \quad \frac{\partial F(K, r)}{\partial r} = 0 \tag{3.13}$$

- Turunan parsial pertama fungsi  $F(K, r)$  pada persamaan (3.11) terhadap parameter  $K$  misalkan diambil fungsi  $F_4(K, r)$  dari (3.11) yaitu

$$F_4(K, r) = \sum_{i=1}^{50} \left( y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}} \right)^2 \tag{3.14}$$

Misalkan,  $f_4(K, r) = y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}}$

dengan melakukan turunan pembagian diperoleh

$$\frac{\partial f_4(K, r)}{\partial K} = \frac{(e^{-4r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}\right)^2} \tag{3.15}$$

Sehingga persamaan (3.14) dapat dituliskan menjadi

$$F_4(K, r) = \sum_{i=1}^{50} (f_4(K, r))^2 \tag{3.16}$$

Turunan parsial pertama  $F_4(K, r)$  pada (3.16), yaitu

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_4(K, r)}{\partial f_4(K, r)} &= \\
 &2 \sum_{i=1}^{50} \left( y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

dengan menggunakan turunan berantai diperoleh

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_4(K, r)}{\partial K} &= \frac{\partial F_4(K, r)}{\partial f_4(K, r)} \cdot \frac{\partial f_4(K, r)}{\partial K} \\
 &= 2(e^{-4r} \\
 &\quad - 1) \left[ \sum_{i=1}^{50} \left( \frac{(y_{4,i} - K) + y_{4,i} \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}\right)^3} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$K, r, N_0$  adalah konstanta riil positif ( $K, r, N_0 > 0$ )

dan  $\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-rt_j} \neq 0, \quad t_j = 4, 5, \dots, 9\right)$ .

Berdasarkan persamaan (3.18), diperoleh turunan parsial pertama  $F(K, r)$  terhadap  $K$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F(K, r)}{\partial K} &= \left[ \frac{(e^{-4r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{4,i} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r} \sum_{i=1}^{50} y_{4,i} \right) \right. \\
 &\quad + \frac{(e^{-5r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-5r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{5,i} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-5r} \sum_{i=1}^{50} y_{5,i} \right) \\
 &\quad + \frac{(e^{-6r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-6r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{6,i} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-6r} \sum_{i=1}^{50} y_{6,i} \right) \\
 &\quad + \frac{(e^{-7r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-7r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{7,i} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-7r} \sum_{i=1}^{50} y_{7,i} \right) \\
 &\quad + \frac{(e^{-8r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-8r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{8,i} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-8r} \sum_{i=1}^{50} y_{8,i} \right) \\
 &\quad \left. + \frac{(e^{-9r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-9r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{9,i} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \sum_{i=1}^{50} K + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-9r} \sum_{i=1}^{50} y_{9,i} \right) \right] = 0
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

- Turunana parsial pertama fungsi  $F(K, r)$  pada persamaan (3.11) terhadap parameter  $r$ .

Fungsi  $F_4(K, r)$  pada persamaan (3.14) akan diturunkan secara parsial terhadap parameter  $r$ .

Misalkan,  $f_4(K, r) = y_{4,i} - \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}}$

dengan menggunakan turunan pembagian diperoleh

$$\frac{\partial f_4(K, r)}{\partial r} = \frac{4Ke^{-4r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}\right)^2} \tag{3.20}$$

dengan menggunakan turunan berantai diperoleh

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial F_4(K, r)}{\partial r} &= \frac{\partial F_4(K, r)}{\partial f_4(K, r)} \cdot \frac{\partial f_4(K, r)}{\partial r} \\
 &= 2 \frac{4Ke^{-4r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}\right)^3} \left[ \sum_{i=1}^{50} (y_{4,i} - K \right. \\
 &\quad \left. + y_{4,i} \left(\frac{K}{N_0} - 1\right) e^{-4r}) \right]
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Berdasarkan persamaan (3.21) maka diperoleh turunan parsial pertama  $F(K, r)$  terhadap  $r$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(K, r)}{\partial r} = & \left[ \frac{4Ke^{-4r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-4r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{4,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-4r} \sum_{i=1}^{50} y_{4,i} \right) \right. \\ & + \frac{5Ke^{-5r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-5r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{5,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-5r} \sum_{i=1}^{50} y_{5,i} \right) \right. \\ & + \frac{6Ke^{-6r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-6r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{6,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-6r} \sum_{i=1}^{50} y_{6,i} \right) \right. \\ & + \frac{7Ke^{-7r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-7r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{7,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-7r} \sum_{i=1}^{50} y_{7,i} \right) \right. \\ & + \frac{8Ke^{-8r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-8r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{8,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-8r} \sum_{i=1}^{50} y_{8,i} \right) \right. \\ & \left. + \frac{9Ke^{-9r} \left(1 - \frac{K}{N_0}\right)}{\left(1 + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-9r}\right)^3} \left( \sum_{i=1}^{50} y_{9,i} - \sum_{i=1}^{50} K \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{K}{N_0} - 1\right)e^{-9r} \sum_{i=1}^{50} y_{9,i} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

### 3.2 Analisis Data pada Berat Biomassa Ikan

Pada bagian ini akan dilakukan analisis data untuk menentukan parameter-parameter dari solusi khusus model pertumbuhan logistik biomassa ikan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.

Data pengamatan yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Adapun data sekunder dalam penelitian ini adalah data pengamatan tentang berat masing-masing 50 ekor ikan dari bulan Januari hingga Juni. Data penelitian ini merupakan data penelitian **Norma Muhtar (G3TP19006) Mahasiswa S3, Prodi Ilmu Pertanian Fakultas Pertanian Universitas Halu Oleo Kendari**. Data pengamatan ini dilakukan dengan cara menimbang masing-masing berat ikan dan setiap hasil timbangan yang diperoleh akan dicatat berdasarkan berat ikan masing-masing. Data pengamatan ini merupakan kajian analisis terhadap model pertumbuhan logistik

suatu populasi biomassa ikan yang tumbuh mengikuti pola pertumbuhan logistik, dikarenakan pada kondisi ini biomassa ikan akan mengalami pola pertumbuhan yang terbatas pada waktu tertentu.

Menurut (Anggara dkk, 2018) dengan judul penelitian “pertumbuhan dan sintasan benih ikan gurame (*Osphronemus gouramy*) pada berbagai dosis air perasan temulawak”. Ikan uji yang digunakan dalam penelitian ini adalah Ikan Gurame dengan panjang awal 2,2 cm dan berat awal 0,35 g.

Berdasarkan data pertumbuhan berat biomassa ikan diperoleh:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{50} y_{4,i} &= 4465, & \sum_{i=1}^{50} y_{5,i} &= 5650, \\ \sum_{i=1}^{50} y_{6,i} &= 7540, & \sum_{i=1}^{50} y_{7,i} &= 8490, \\ \sum_{i=1}^{50} y_{8,i} &= 9060, & \sum_{i=1}^{50} y_{9,i} &= 10090. \end{aligned}$$

Nilai-nilai tersebut diatas akan disubstitusikan ke dalam persamaan (3.19) dan persamaan (3.22) dengan  $N_0 = 0,35$  g, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(K, r)}{\partial K} &= \left[ \frac{(e^{-4r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-4r}\right)^3} (4465 - 50K) \right. \\ & \quad \left. + 4465 \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-4r} \right. \\ & \quad + \frac{(e^{-5r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-5r}\right)^3} (5650 - 50K) \\ & \quad \left. + 5650 \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-5r} \right. \\ & \quad + \frac{(e^{-6r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-6r}\right)^3} (7540 - 50K) \\ & \quad \left. + 7540 \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-6r} \right. \\ & \quad + \frac{(e^{-7r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-7r}\right)^3} (8490 - 50K) \\ & \quad \left. + 8490 \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-7r} \right. \\ & \quad + \frac{(e^{-8r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-8r}\right)^3} (9060 - 50K) \\ & \quad \left. + 9060 \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-8r} \right. \\ & \quad \left. + \frac{(e^{-9r} - 1)}{\left(1 + \left(\frac{K}{0,35} - 1\right)e^{-9r}\right)^3} (10090 - 50K) \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned}
 & +10090 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-9r} \Big] = 0 \\
 \text{dan} \\
 & \frac{\partial F(K, r)}{\partial r} \\
 & = \left[ \frac{4Ke^{-4r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-4r} \right)^3} (4465 - 50K \right. \\
 & \quad \left. + 4465 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-4r} \right) \\
 & + \frac{5Ke^{-5r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-5r} \right)^3} (5650 - 50K \\
 & \quad \left. + 5650 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-5r} \right) \\
 & + \frac{6Ke^{-6r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-6r} \right)^3} (7540 - 50K \\
 & \quad \left. + 7540 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-6r} \right) \\
 & + \frac{7Ke^{-7r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-7r} \right)^3} (8490 - 50K \\
 & \quad \left. + 8490 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-7r} \right) \\
 & + \frac{8Ke^{-8r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-8r} \right)^3} (8490 - 50K \\
 & \quad \left. + 9060 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-8r} \right) \\
 & + \frac{9Ke^{-9r} \left( 1 - \frac{K}{0,35} \right)}{\left( 1 + \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-9r} \right)^3} (10090 - 50K \\
 & \quad \left. + 10090 \left( \frac{K}{0,35} - 1 \right) e^{-9r} \right) \Big] = 0
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Persamaan (3.23) dan (3.24) merupakan Persamaan non-linear yang sulit diselesaikan secara analitik melainkan harus diselesaikan secara numerik. Olehnya itu, untuk mendapatkan nilai parameter  $K$  dan  $r$  akan dilakukan dengan bantuan *Software Maple*, sehingga diperoleh  $K = 181,46829335146 g$  dan  $r = 1,417334022638 g$ .

### 3.3 Penerapan Hasil Parameter Pertumbuhan Model Logistik pada Data Berat Ikan

Pada bagian ini akan membahas mengenai pengaplikasian hasil parameter populasi pertumbuhan model logistik pada data berat biomassa ikan dari bulan Januari ( $t_1$ ) sampai Juni ( $t_6$ ) berdasarkan solusi khusus model logistik.

Berdasarkan sub bab sebelumnya, diperoleh nilai parameter  $K = 181,46829335146 g$ , dan  $r =$

$1,417334022638 g$  dengan  $N_0 = 0,35 g$ . Nilai  $K$ ,  $r$ , dan  $N_0$  akan disubstitusikan ke persamaan (3.1).

Untuk menampilkan sebaran data pertumbuhan berat biomassa ikan diberikan dengan formula yaitu:

$$(t_j, y_{t_j,i}); j = 1, 2, \dots, 6; (t_j = t_1, t_2, \dots, t_6)$$

dimana ( $t_1 = 4, t_2 = 5, \dots, t_6 = 9$ ) dengan  $i = 1, 2, \dots, 50$ , sedemikian sehingga  $t_j = (4, 5, \dots, 9)$ .

Formula tersebut dapat dituliskan sebagai pasangan data terurut sebagai berikut:

$$(t_1, y_{4,i}) = (t_1, y_{4,1}), (t_1, y_{4,2}), \dots, (t_1, y_{4,50}) \\ = (4, y_{4,1}), (4, y_{4,2}), \dots, (4, y_{4,50})$$

$$(t_2, y_{5,i}) = (t_2, y_{5,1}), (t_2, y_{5,2}), \dots, (t_2, y_{5,50}) \\ = (5, y_{5,1}), (5, y_{5,2}), \dots, (5, y_{5,50})$$

$\vdots$

$$(t_6, y_{9,i}) = (t_6, y_{9,1}), (t_6, y_{9,2}), \dots, (t_6, y_{9,50}) \\ = (9, y_{9,1}), (9, y_{9,2}), \dots, (9, y_{9,50})$$

Sehingga berlaku:

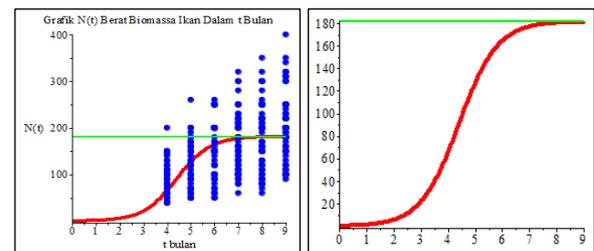
$$(t_j, y_{t_j,i}) = [(t_1, y_{4,i}), (t_2, y_{5,i}), \dots, (t_6, y_{9,i})] \\ = [(4, y_{4,i}), (5, y_{5,i}), \dots, (9, y_{9,i})]$$

dimana  $y_{t_j,i}$  adalah berat biomassa ikan ke- $i$  pada bulan ke- $t_j$ .

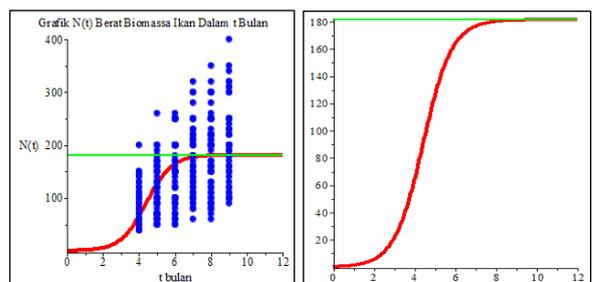
Grafik kurva persamaan logistik diperoleh dari formula berikut:

$$N(t_j) = \frac{181,46829335146}{1 + \left( \frac{181,46829335146}{0,35} - 1 \right) e^{-1,417334022638t_j}}$$

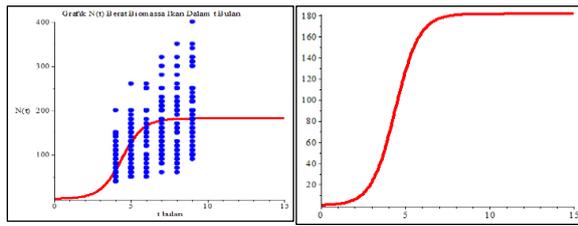
Dengan menggunakan *software maple* kurva *fitting* fungsi logistik dengan data pertumbuhan berat biomassa ikan dapat dilihat grafiknya sebagai berikut:



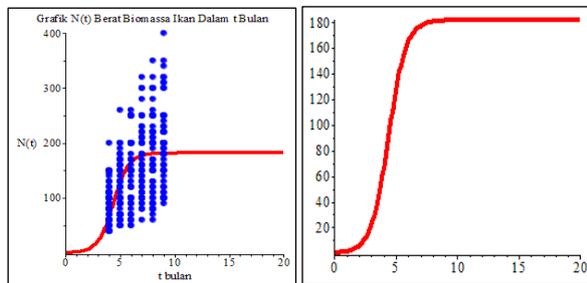
Gambar 4.1 Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 9$



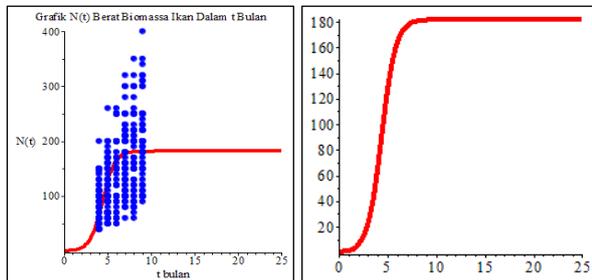
Gambar 4.2 Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 12$



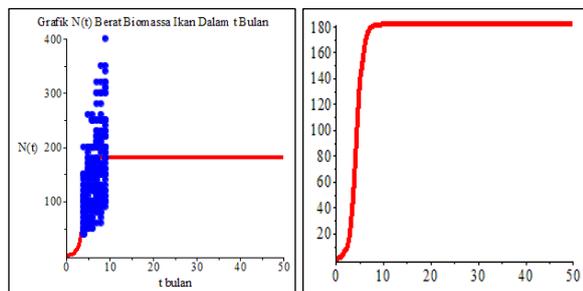
**Gambar 4.3** Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 15$



**Gambar 4.4** Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 20$



**Gambar 4.5** Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 25$



**Gambar 4.6** Grafik kurva *fitting* pertumbuhan logistik berat biomassa ikan  $t = 0 - 50$

Interpretasi dan penerapan parameter  $K$ ,  $r$ , dan  $N_0$  dapat dilihat pada gambar di atas. Parameter  $K$  merupakan nilai batas maksimum (daya tampung kolam) yang dapat dicapai oleh pertumbuhan biomassa ikan. Hal ini menunjukkan bahwa kapasitas optimal kolam ikan dalam menopang pertumbuhan berat biomassa ikan sebesar 181,46829335146  $g$ . Pada kondisi ini, pertumbuhan biomassa ikan akan mencapai tingkat jenuh dimana tidak ada peningkatan yang signifikan lagi. Sedangkan parameter  $r$

menentukan tingkat pertumbuhan *intrinsik* biomassa ikan terhadap waktu. Nilai  $r = 1,417334022638 g$  menunjukkan bahwa pertumbuhan biomassa ikan akan mengalami pertumbuhan yang lebih cepat.  $N_0$  diasumsikan sebagai representasi dari berat awal biomassa ikan sebesar 0,35  $g$ .

Hasil dan analisis grafik kurva *fitting* diatas dapat dilihat bahwa fungsi logistik dari data pertumbuhan berat biomassa ikan mengalami peningkatan *tren* dari bulan ke bulan sehingga dapat diidentifikasi pola pertumbuhannya secara logistik. Hal ini membuktikan bahwa pertumbuhan berat biomassa ikan tidak berlangsung secara linier, melainkan mengikuti pola yang dapat dijelaskan oleh model fungsi logistik sebagai pola pertumbuhan berat biomassa ikan. Dengan kata lain, hasil ini menunjukkan bahwa pertumbuhan berat ikan tidak akan terus meningkat tanpa batas, melainkan akan mencapai titik keseimbangan seiring waktu.

#### 4. Penutup

##### 4.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari penelitian ini adalah bahwa analisis data pertumbuhan berat biomassa ikan mengalami tren dari bulan ke bulan. Analisis data tersebut diterapkan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil untuk menduga nilai parameter fungsi logistik, yaitu  $K$  dan  $r$ . Hasil analisis ini menghasilkan model persamaan non-linear yang sulit diselesaikan secara analitik melainkan dengan penyelesaian secara numerik, sehingga dengan bantuan *software maple* diperoleh nilai parameter  $K = 181,46829335146 g$  dan  $r = 1,417334022638 g$ .

##### 4.2 Saran

Pada penelitian ini penulis memfokuskan permasalahan yang dibahas adalah pencocokan data dalam menentukan parameter fungsi logistik dengan menggunakan metode kuadrat terkecil, maka untuk penelitian selanjutnya penulis menyarankan agar peneliti menentukan parameter fungsi logistik dengan menggunakan metode lain seperti metode maksimum *likelihood estimator* (MLE).

**Ucapan Terima Kasih:** Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada dosen pembimbing I dan pembimbing II atas segala arahan dan masukan serta nasehatnya sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Civitas Akademika Universitas Halu Oleo, tim penguji serta pihak-pihak

---

yang turut andil dalam penelitian ini baik langsung maupun tidak langsung.

#### Daftar Pustaka

- [1] D. Allaire, J. Cagan, dan G. Zhang. (2021). *Taking the Guess Work Out of the Initial Guess : A Solution Interval Method for Least-Squares Parameter Estimation in Nonlinear Models.*, *Journal of Computing and Information Science in Engineering*. 21. 1–13.
- [2] Y. T. Anggara, S. Prayogo, dan W. Argianti. (2018). Pertumbuhan Dan Sintasan Benih Ikan Gurame (*Osphronemus Gouramy*) Pada Berbagai Dosis Air Perasan Temulawak,. *Jurnal Ilmu-Ilmu Perikanan dan Budidaya Perairan*. Vol. 13 (2). 78–83.
- [3] E. Cahyono, dan Arman. (2021). Esensi dan Aplikasi Persamaan Diferensial Biasa,. PT. Nasya *Expanding Management*. Jawa Tengah. 6-11.
- [4] D. Eberly. (2021). *Least Squares Fitting of Data by Linear or Quadratic Structures. Geometric Tools*. Redmond.
- [5] N. J. Gotelli. (2008). *A Primary of Ecology.*, *Sinauer Associates*. Sunderland.
- [6] P. C. Hansen, V. Pereyra, dan G. Scherer. (2013). *Least Squares Data Fitting With Applications*. Johns Hopkins University Press. New York.
- [7] J. S. A. Linda. (2007). *An Introduction to Mathematical Biology*. Pearson Education, Inc. London.
- [8] J. D. Murray. (2002). *Mathematical Biology : I. An Introduction Interdisciplinary Applied Mathematics.*, Edition (3). Springer-Verlag New York Berlin Heidelberg. New York.
- [9] H. S. Panigoro. (2017). Model Pertumbuhan Logistik: Modifikasi Pada Daya Dukung Dengan Pemanenan Proposional Terhadap Populasi,. *Jurnal Sains dan Matematika*. 267–279.
- [10] Sunarsih, dan Hidayati, F.N., 2010. Model Pertumbuhan Logistik *Predator* dan *Prey* pada Populasi *Prey* dan Solusi Keseimbangan,. *Jurnal Sains dan Matematika (JSM)*. Vol. 18 (1). 7–12.
- [11] A. Tsoularis, dan J. Wallace. (20017). *Analysis*

*of logistic growth models.*, *Journal Mathematical Biosciences*. Vol. 179 (1). 21–55.

- [12] A. Y. Ugya, dan K. Meguellati. (2022). *Microalgae Biomass Modelling and Optimisation for Sustainable Biotechnology - A Concise Review.*, *Journal of Ecological Engineering*. Vol. 23 (9). 309–318.
- [13] Zullaikah, dan Sutimin. (2008). Model Pertumbuhan Biomassa Rumput Laut *Gracillaria* Dengan *Carrying Capacity* Bergantung Waktu. Vol. 11 (2). 78–86.

Diterima tgl. 15 Juli 2024

Direvisi tgl. 29 Juli 2024

Disetujui untuk terbit tgl. 15 Sept. 2024