Jurnal Matematika, Komputasi dan Statistika
Volume 4 Nomor 2, pp. 645 – 651, Mei - Agustus 2024
ISSN: 2503 – 2984

ANALISIS MODEL MATEMATIKA $SITR$ PADA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM TIFOID

Fifin Siti Indrawati[1)]
[1)]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari
Email: sitiindrawatififin@gmail.com

Asrul Sani[1,a)], **Kabil Djafar**[1,b)], **Wayan Somayasa**[1,c)], **Herdi Budiman**[1,d)], dan **Arman**[1,e)]
[2)]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari
Email:[a)]asrul.sani@gmail.com, [b)]kabildjafar@uho.ac.id, [c)]wayan.somayasa@uho.ac.id, [d)]herdi.budiman@uho.ac.id, dan [e)]arman@uho.ac.id

ABSTRAK

Demam Tifoid merupakan penyakit infeksi yang biasanya terjadi di usus halus yang disebabkan oleh *Salmonella Typhi*. Penelitian ini bertujuan menentukan model matematika $SITR$ pada penyebaran penyakit Demam Tifoid dan perilaku selesaiannya. Dari analisis model matematika $SITR$ diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik penyakit. Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan linearisasi disekitar titik kesetimbangan. Hasilnya diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit stabil asimtotik jika $R_0 < 1$ artinya penyakit akan menghilang seiring berjalannya waktu dan titik kesetimbangan endemik penyakit stabil jika $R_0 > 1$ artinya penyakit akan selalu ada. Simulasi numerik model $SITR$ pada penyebaran penyakit Demam Tifoid dilakukan sejalan dengan analisis perilaku model.

Kata kunci: Demam Tifoid, Model SITR, Titik Kesetimbangan, Kestabilan.

ABSTRACT

Typhoid Fever is an infectious disease that usually occurs in the small intestine and is caused by Salmonella Typhi. This study aims to determine the mathematical model of $SITR$ in the spread of Typhoid Fever and its eradication behavior. From the analysis of the SITR mathematical model, two equilibrium points are obtained, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The stability analysis of the disease-free equilibrium point is conducted by linearization around the equilibrium point. The result shows that the disease-free equilibrium point is asymptotically stable if $R_0 < 1$, indicating that the disease will disappear over time, while the endemic equilibrium point is stable if $R_0 > 1$, indicating that the disease will persist. Numerical simulation of the SITR model for the spread of Typhoid Fever is carried out in accordance with the analysis of the model's behavior.

Keywords: *Typhoid Fever, SITR Model, Equilibrium Point, Stability*.

1. Pendahuluan

Demam Tifoid merupakan jenis demam akut yang dapat disebabkan oleh infeksi bakteri *Salmonella typhi*. Manifestasi klinis untuk penyakit ini dapat dimulai dari demam tinggi, sakit kepala, denyut jantung lemah sampai dengan adanya komplikasi pada hati dan limfa. Penyakit Demam Tifoid sering terjadi karena faktor kebersihan, seperti ketika makan di luar atau di tempat-tempat umum yang kurang terjaga kebersihannya sehingga terdapat lalat yang kemudian hinggap di makanan tersebut, di mana lalat-lalat tersebut dapat menularkan bakteri *Salmonella thyphi* yang menyebabkan munculnya penyakit Demam Tifoid [1].

Demam Tifoid terjadi di beberapa negara di dunia dan sering terjadi di negara-negara yang kurang terjaga kebersihannya. Berdasarkan data yang di ambil dari WHO (*World Health Organisation*), angka penderita penyakit Demam Tifoid di seluruh dunia dapat mencapai sekitar 17 juta tahun per jiwa yang angka kematiannya dapat mencapai 600,000 dan paling banyak terjadi di Asia yaitu sekitar 70%. Di Indonesia, berdasarkan data WHO, angka penderita penyakit Demam Tifoid diperkirakan dapat mencapai 81% per 100.000.

Angka tertinggi untuk penderita penyakit Demam Tifoid di Indonesia berada pada kelompok usia $5 - 14$ tahun. Hal ini dikarenakan pada usia tersebut anak-anak kurang memperhatikan kebersihan diri sendiri serta kebiasaan jajan disembarang tempat sehingga dapat menyebabkan penularan penyakit Demam Tifoid. Jumlah kasus tertinggi berdasarkan tempat tinggal bagi penderita penyakit Demam Tifoid yaitu yang berada di daerah pedesaan dengan pendidikan rendah dan jumlah pengeluaran rumah tangga rendah dibandingkan dengan orang yang tinggal di daerah perkotaan [2].

Pengobatan bagi penderita penyakit Demam Tifoid dapat dilakukan dengan cara pemberian antibiotik. Pada penggunaan antibiotik ada beberapa hal yang harus diperhatikan ketika pemberian antibiotik. Hal ini disebabkan pemberian antibiotik berbeda dengan pemberian obat lainnya, selain harus memperhatikan kondisi penderita juga harus memperhatikan karakteristik obatnya. Antibiotik harus digunakan serasional mungkin untuk mencapai hasil terapi yang optimal. Penggunaaan yang rasional tersebut dapat berupa pemahaman yang mendalam terhadap beberapa aspek yang menyebabkan infeksi penyakit ini dan juga memperhatikan ketahanan individu serta virulensi dari antibitotik yang digunakan dalam proses pengobatan penderita penyakit Demam Tifoid [3].

Model matematika adalah salah satu alat yang dapat digunakan untuk membantu mempermudah dalam menyelesaikan masalah yang ada dalam kehidupan nyata ke dalam pernyataan matematis. Model matematika juga merupakan komponen-komponen yang memiliki hubungan dalam suatu masalah. Masalah-masalah tersebut dapat dirumuskan kedalam bentuk persamaan matematika yang komponen-komponennya dapat disebut sebagai variabel. Model matematika terlebih dahulu akan dianalisa, hal ini bertujuan agar model matematikanya berdasarkan asumsi-asumsi yang sudah ditentukan. Banyak permasalahan yang dapat dibuat melalui penggunaan model matematika. Salah satu contohnya yaitu dalam permasalahan-permasalahan yang timbul dari berbagai bidang ilmu, misalnya di bidang kesehatan, kimia, biologi dan lain-lain.

Salah satu contoh model yang ada dalam model matematika yaitu model $SITR$. Model $SITR$ (*Susceptible-Infective-Treatment Recovered*) adalah model penyebaran penyakit yang membagi ke dalam empat subpopulasi. Pertama, *Susceptible* yaitu orang yang rentan untuk terkena penyakit. Kedua, *Infective* yaitu orang yang terinfeksi penyakit. Ketiga, *Treatment* yaitu orang yang melakukan pengobatan. Keempat, *Recovered* yaitu orang yang sembuh dari penyakit yang diderita [4].

Model matematika untuk penyakit Demam Tifoid sudah banyak di buat oleh peneliti-peneliti sebelumnya antara lain penelitian yang dilakukan oleh [5] menggunakan model matematika SIR pada penyebaran penyakit Tipes atau Demam Tifoid. Kemudian penelitian oleh [7] menggunakan model matematika $SPITR$ (*Susceptible-Protected-Infected-Treated-Recovered*) pada penyakit Demam Tifoid. Garba, U., dkk tahun 2020 juga meneliti mengenai dinamika penyebaran penyakit Demam Tifoid yang membedakannya yaitu pada model matematika yang digunakan yakni model matematika $PSITR$.

[8] dalam penelitiannya mengambil permasalahan yang sama yaitu mengenai penyebaran penyakit Demam Tifoid yang penderitannya tidak terlidungi atau belum melakukan vaksinasi dengan menggunakan model matematika $SEIR$. Kemudian oleh [9] menggunakan model SI_cITRW untuk penyakit Demam Tifoid, dengan kompartemen W merupakan konsentrasi bakteri yang ada di sekitar lingkungan.

Berdasarkan uraian di atas peneliti tertarik untuk membuat skripsi dengan judul **"Analisis Model Matematika $SITR$ Pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid"**.

Penelitian ini akan membahas mengenai model matematika $SITR$ pada penyebaran penyakit Demam Tifoid. Hal pertama yang akan dilakukan yaitu menentukan model matematika kemudian menentukan analisis model matematikanya. Dalam mensimulasikan model penyebarannya menggunakan alat bantu berupa perangkat lunak atau *software Maple 18*.

Pada bagian kedua akan dibahas mengenai metode yang diterapkan dalam menyelesaikan penelitian. Pada bagian ketiga akan dibahas mengenai hasil penelitian yang dilakukan berdasrkan prosedur yang ada pada bagian dua. Pada bagian keempat membahas tentang kesimpulan yang berisi tentang uraian singkat tentang hasil penelitian dan saran untuk penelitian selanjutnya.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan metode kepustakaan (*library research*) yang dilakukan dari bulan Mei sampai bulan Agustus tahun 2023. Penelitian ini bertempat di Laboratorium Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Halu Oleo.

Penelitian ini dilakukan dengan urutan kerja sebagai berikut: (1) Melakukan studi literatur yang berkenaan dengan model SITR, (2) Membuat asumsi yang berkaitan dengan model matematika SITR, (3) Menyelesaikan analisis kestabilan dengan cara mencari titik equilibrium dan nilai eigen serta menentukan sifat-sifat kestabilan berdasarkan nilai eigen yang didapat, (4) Membuat simulasi dari model matematika SITR, (5) Menguraikan hasil yang diperoleh.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Asumsi Model

Model yang digunakan dalam penyebaran penyakit Demam Tifoid adalah model $SITR$ yang dikembangkan dengan membagi populasi ke dalam empat kompartemen. *Susceptibel (S)* adalah individu yang sehat tetapi rentan terkena penyakit Demam Tifoid, *Infected (I)* adalah individu yang terinfeksi penyakit Demam Tifoid, *Treatment (T)* adalah individu yang melakukan pengobatan, dan *Recovered (R)* adalah individu yang telah sembuh dari penyakit Demam Tifoid. Asumsi-asumsi yang dipakai dalam pembentukan model matematika *SITR* pada penyebaran penyakit Demam Tifoid sebagai berikut:

a. Populasinya adalah konstan.
b. Laju kelahiran dan laju kematian diasumsikan sama yang berarti setiap individu lahir masuk ke dalam kelas *Susceptible* dan setiap individu mati dari semua kelas mempunyai laju yang proporsional dengan dengan masing-masing kelas.
c. Individu yang terinfeksi Penyakit Demam Tifoid akan segera mendapatkan pengobatan atau *Treatment*.
d. Individu yang terinfeksi dan individu yang melakukan *Treatment* dapat mengalami kematian secara alami dan kematian yang disebabkan Penyakit Demam Tifoid.
e. Individu yang telah terinfeksi dapat disembuhkan dengan memberikan pengobatan.
f. Individu yang sembuh setelah melakukan *Treatment* tidak dapat terinfeksi kembali.

3.2. Model Matematika $SITR$

Berdasakan pada asumsi-asumsi yang telah dibuat maka diperoleh model matematika penyebaran penyakit Demam Tifoid sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \mu - \beta SI - \mu S\\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \alpha I - \mu I - \gamma I\\ \frac{dT}{dt} &= \gamma I - \delta T - \alpha T - \mu T\\ \frac{dR}{dt} &= \delta T - \delta R - \mu R\end{aligned} \quad (1)$$

Keterangan:

$S(t)$: Jumlah individu yang rentan terhadap penyakit Demam Tifoid pada saat ke-t
$I(t)$: Jumlah individu yang telah terinfeksi pada saat ke-t
$T(t)$: Jumlah individu yang melakukan pengobatan pada saat ke-t
μ : Laju kelahiran dan laju kematian alami
β : Laju penularan individu *infected* kepada *Suspectible*
γ : Laju individu terinfeksi yang melakukan pengobatan
δ : Laju kesembuhan yang terinfeksi setelah *Treatment*
α : Laju kematian yang diakibatkan oleh penyakit Demam Tifoid

3.3. Titik Kesetimbangan

Model matematika $SITR$ ini diperoleh dua jenis titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik yaitu :

1) Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit berarti dalam suatu populasi tidak ada manusia yang sakit atau terpapar penyakit ($I = 0$). Diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu :

$$E_0(S^*, I^*, T^*, R^*) = (1,0,0,0) \quad (2)$$

2) Titik Kesetimbangan Endemik

Suatu populasi memiliki titik kesetimbangan endemik penyakit jika dalam populasinya selalu terdapat individu yang terinfeksi penyakit Demam Tifoid ($I > 0$). Diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu :

$$E_1(\hat{S}, \hat{I}, \hat{T}, \hat{R}) = \left(\frac{(\alpha+\mu+\gamma)}{\beta}, \frac{\mu(\alpha+\mu+\delta-\beta)}{\beta(\alpha+\mu+\gamma)}, -\frac{\mu\gamma(\alpha+\mu+\delta-\beta)}{\beta A}, -\frac{\mu\gamma\delta(\alpha+\mu+\delta-\beta)}{\beta A(\delta+\mu)}\right) \quad (3)$$

Dengan $A = \alpha^2 + \alpha\delta + \alpha\gamma + 2\alpha\mu + \delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2$

3.4. Analisis Kestabilan

Setelah mendapatkan titik kesetimbangan dari sistem Persamaan (1) maka selanjutnya akan diselidiki kestabilan titik kesetimbangan model matematika tersebut. Untuk menganalisis titik kesetimbangan model matematika tersebut dapat memanfaatkan pelinearan sistem persamaan model dengan menggunakan matriks Jacobian. Di mana sistem persamaan yang akan di liniearkan yaitu sistem Persamaan (1).

Sehingga diperoleh nilai eigennya sebagai berikut :

$$\lambda_1 = -\mu$$
$$\lambda_2 = \beta - (\alpha + \mu + \gamma),$$
$$\lambda_3 = -(\delta + \alpha + \mu)$$
$$\lambda_4 = -(\delta + \mu)$$

agar $\lambda_2 < 0$ maka,

$$\beta - (\alpha + \mu + \gamma) < 0$$
$$\beta < (\alpha + \mu + \gamma)$$
$$\frac{\beta}{(\alpha + \mu + \gamma)} < 1$$
$$\Leftrightarrow R_0 < 1, \text{dengan } R_0 = \frac{\beta}{(\alpha+\mu+\gamma)}$$

maka diperoleh bilangan reproduksi dasarnya sebagai berikut

$$R_0 = \frac{\beta}{(\alpha + \mu + \gamma)}$$

Teorema. Misalkan $R_0 = \frac{(\alpha+\mu+\gamma)}{\beta}$, maka titik kesetimbangan E_0 stabil asimtotik jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil jika $R_0 > 1$.

Bukti. Nilai eigen matriks pada matriks 4.9 di titik kesetimbangan E_0 akan bersifat stabil asimtotik apabila $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$ ketika $\frac{\beta}{(\alpha+\mu+\gamma)} < 1$, $\lambda_3 < 0$ dan $\lambda_4 < 0$. Untuk semua nilai parameter bernilai positif, yaitu nilai $\mu > 0, \beta > 0, \alpha > 0, \gamma$, dan $\delta > 0$ sehingga $\lambda_1 = -\mu < 0, \lambda_2 = \beta - (\alpha + \mu + \gamma) < 0$ saat $\frac{\beta}{(\alpha+\mu+\gamma)} < 0$ dan $\lambda_3 = -(\delta + \alpha + \mu) < 0$ serta $\lambda_4 = -(\delta + \mu) < 0$. Maka titik kesetimbangan E_0 bersifat stabil asimtotik.

3.5. Simulasi Model

Simulasi dilakukan menggunakan program Maple 18 dengan memberikan nilai-nilai untuk masing-masing parameter. Simulasi dilakukan untuk memberikan gambaran secara geometris terkait hasil yang telah dianalisis. Adapun nilai-nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

Tabel 1. Daftar Nilai Parameter

Paramter	Nilai
μ	0,00004
β	0,002
γ	0,01
δ	0,008
α	0,006

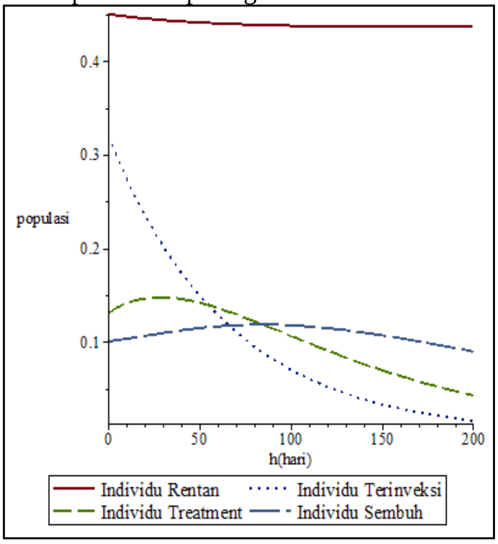
Hasil simulasi numerik pada model matematika $SITR$ pada penyebaran penyakit Demam Tifoid dengan menggunakan nilai awal $S(0) = 0{,}45$, $I(0) = 0{,}32$, $T(0) = 0{,}13$ dan $R(0) = 0{,}1$, maka diperoleh grafik model matematika $SITR$ saat $R_0 < 1, R_0 > 1$ dan $R_0 = 1$ berikut :

Berdasarkan nilai-nilai parameter yang ada pada Tabel 1 diperoleh bilangan reproduksi dasar dari Sistem Persamaan (1) yaitu $R_0 = 0{,}124688279$, dengan titik kesetimbangan dan nilai eigen dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2. Titik Kesetimbangan dan Nilai Eigen saat $\boldsymbol{R_0 < 1}$

Titik Kesetimbangan	Nilai Eigen
$E_0 = (S^*, I^*, T^*, R^*) = (1,0,0,0)$	$\lambda_1 = -0{,}00004000$ $\lambda_2 = -0{,}00804000$ $\lambda_3 = -0{,}01404000$ $\lambda_4 = -0{,}01404000$

Sehingga grafik model matematika $SITR$ dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 1. Grafik Model Matematika $\boldsymbol{SITR}$ Pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid Saat $\boldsymbol{R_0 < 1}$

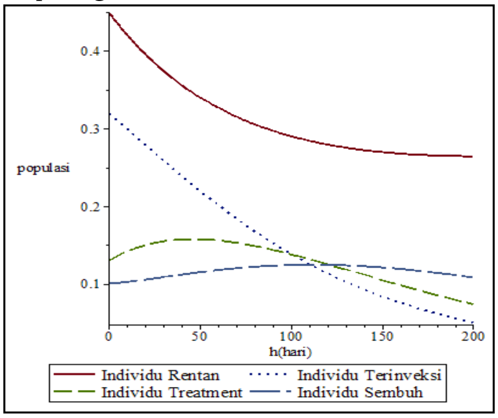
Berdasarkan Gambar 1 di atas menunjukkan bahwa jumlah individu yang rentan mengalami penurunan hal ini karena ada dari individu rentan yang masuk ke individu terinfeksi. Individu terinfeksi menunjukkan bahwa setiap hari mengalami penurunan menuju nol dikarenakan adanya faktor pengobatan. Kemudian pada individu *Treatment* mengalami kenaikan yang kemudian mengalami penurunan pada hari ke-40 dikarenakan terjadi peningkatan pada individu yang rentan. Selanjutnya, pada individu yang sembuh terjadi peningkatan namun mengalami penurunan pada hari ke-120 dan bergerak stabil dikarenakan individu sembuh mendapatkan pengobatan. Ketika bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$ maka jumlah individu yang terinfeksi lama kelamaan akan menurun yang berarti penyebaran penyakit Demam Tifoid akan menghilang.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik titik kesetimbangan endemik $R_0 > 1$, Berdasarkan nilai-nilai parameter yang ada pada **Tabel 1** diperoleh $R_0 = 1{,}40243902$, dengan titik kesetimbangan dan nilai eigen dapat dilihat pada tabel berikut:

Titik Kesetimbangan	Nilai Eigen
$E_1 = (\hat{S}, \hat{I}, \hat{T}, \hat{R})$ $= (0{,}7130{,}0{,}006$ $0{,}00480{,}0046)$	$\lambda_1 = -0{,}00840000$ $\lambda_2 = -0{,}01440000$ $\lambda_3 = -0{,}0002 + 0{,}001I$ $\lambda_4 = -0{,}0002 - 0{,}001I$

Tabel 3. Titik Kesetimbangan dan Nilai Eigen saat $\boldsymbol{R_0 > 1}$

Sehingga grafik model matematika $SITR$ dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 2. Grafik Model $\boldsymbol{SITR}$ Saat $\boldsymbol{R_0 > 1}$

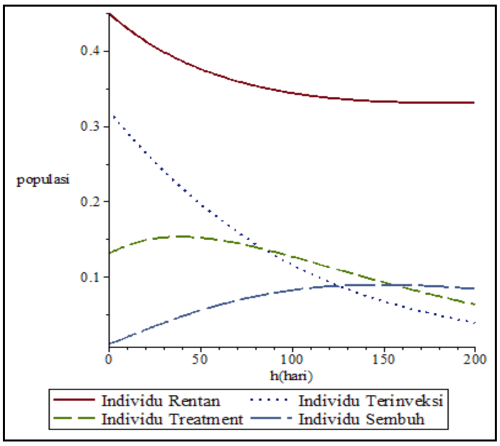
Dari Gambar 2 menunjukkan bahwa jumlah individu yang rentan pada setiap harinya mengalami penurunan hal ini dikarenakan adanya kematian individu serta terdapat individu rentan yang masuk kedalam individu terinfeksi. Setiap individu yang sehat tetapi rentan terkena penyakit Demam Tifoid akan masuk kedalam kompartemen *Suspectible*, di mana pada kompartemen ini memiliki peluang yang cukup besar untuk terpapar penyakit Demam Tifoid. Individu terinfeksi menunjukkan bahwa setiap hari mengalami penurunan menuju titik kesetimbangan pada hari ke-200. Kemudian pada individu *Treatment* kenaikkan ini dikarenakan adanya individu terinfeksi yang melakukan pengobatan namun pada hari ke-60 mengalami penurunan. Selanjutnya, pada individu sembuh juga mengalami kenaikkan dikarenakan adanya individu *Treatment* yang masuk ke individu sembuh namun mengalami penurunan seiring berjalannya waktu mengalami penurunan menuju ke titik setimbangan. Ketika $R_0 > 1$ titik kesetimbangan endemik bersifat stabil spiral, ini menunjukkan bahwa sistem belum terbebas dari penyakit.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik titik kesetimbangan endemik $R_0 = 1$, berdasarkan nilai-nilai parameter yang ada pada Tabel 1 diperoleh $R_0 = 1{,}000000$, dengan titik kesetimbangan dan nilai eigen dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4. Titik Kesetimbangan dan Nilai Eigen saat $\boldsymbol{R_0 = 1}$

Titik Kesetimbangan	Nilai Eigen
E_0 $= (S^*, I^*, T^*, R^*)$ $= (1{,}0{,}0{,}0)$	$\lambda_1 = -0{,}00004000000$ $\lambda_2 = -0{,}00804000000$ $\lambda_3 = -0{,}01404000000$ $\lambda_4 = 0$

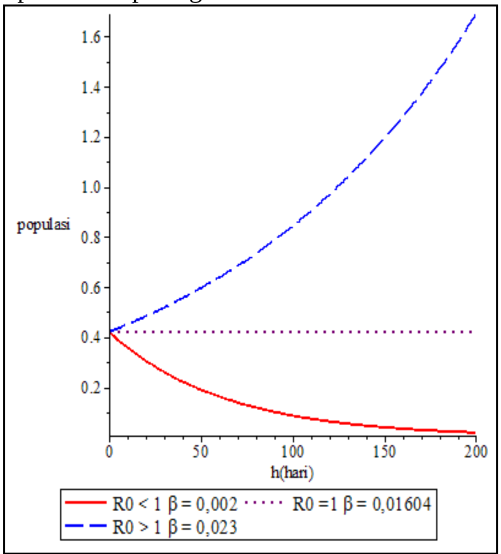
Sehingga grafik model matematika $SITR$ dapat dilihat pada gambar berikut :



Gambar 3. Grafik Model $\boldsymbol{SITR}$ Saat $\boldsymbol{R_0 = 1}$

Dari Gambar 3 menunjukkan bahwa jumlah individu yang rentan pada setiap harinya mengalami peningkatan sehingga seiring dengan berjalannya waktu jumlah individu rentannya akan bertambah. Pada Individu terinfeksi di hari pertama mengalami penurunan hal ini dikarenakan adanya kematian alami maupun kematian yang disebabkan oleh penyakit Demam Tifoid menuju ke titik kesetimbangan. Kemudian pada individu *Treatment* terjadi kenaikkan, hal ini dikarenakan adanya individu terinfeksi yang melakukan pengobatan. Namun, pada hari ke-50 mengalami penurunan karena adanya individu *treatment* yang yang sembuh dari penyakit Demam Tifoid . Selanjutnya, pada individu sembuh juga mengalami kenaikkan dikarenakan adanya individu *Treatment* yang masuk ke individu sembuh. Ketika $R_0 = 1$ titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat tidak stabil, ini menunjukkan bahwa penyakit Demam Tifoid akan tetap ada.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik titik kesetimbangan untuk menentukan grafik $I(t)$ dengan memberikan nilai-nilai untuk masing-masing parameter sesuai dengan kondisi R_0 yaitu $R_0 < 1$ saat $\beta = 0{,}002, R_0 > 1$ saat $\beta = 0{,}01604$ dan $R_0 = 1$ saat $\beta = 0{,}02$, dengan nilai syarat awalnya $I(0) = 0.42$. Maka grafik untuk $I(t)$ dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 4. Grafik Untuk $I(t)$ saat $R_0 < 1, R_0 > 1$ dan $R_0 = 1$

Grafik pada Gambar 4 di atas menunjukkan bahwa ketika $R_0 < 1$ ini menunjukkan bahwa jumlah individu terinfeksi penyakit Demam Tifoid seiring berjalannya waktu akan menghilang sehingga jumlah individu yang rentan maupun individu sembuh akan lebih banyak dibandingkan individu terinfeksi. Kemudian ketika $R_0 > 1$ maka banyaknya individu yang terinfeksi penyakit Demam Tifoid akan selalu ada dan akan selalu bertambah seiring berjalannya waktu. Sedangkan saat $R_0 = 1$ maka penyakit akan tetap ada namun tidak menimbulkan wabah.

3.6. Pembahasan

Berdasarkan simulasi numerik yang dilakukan didapatkan bahwa nilai rata-rata kemunculan penularan yang disebabkan oleh seorang yang terinfeksi akan berbeda baik itu ketika $R_0 < 1, R_0 > 1$ dan $R_0 = 1$. Ketika $R_0 < 1$ dengan laju penularan individu terinfeksi kepada individu rentan $\beta = 0{,}002$ maka dalam populasi tidak akan terjadi endemik, hal ini terjadi karena adanya individu terinfeksi yang melakukan pengobatan. Selain itu, pada individu terinfeksi terdapat kematian baik kematian alami maupun kematian yang disebabkan oleh penyakit Demam Tifoid.

Jika $R_0 > 1$ dengan nilai parameter laju penularan individu terinfeksi kepada individu rentan $\beta = 0{,}023$ maka dalam populasi akan terjadi endemik, ini terjadi karena besarnya laju penularan individu terinfeksi kepada individu rentan. Sehingga seiring berjalannya waktu penyakit Demam Tifoid akan selalu ada. Sedangkan ketika $R_0 = 1$ untuk dengan nilai parameter laju penularan individu terinfeksi kepada individu rentan $\beta = 0{,}01604$ maka setiap orang yang terinfeksi dapat menularkan penyakit ke satu orang yang lain, namun jumlah penderita penyakit cenderung stabil.

Berdasarkan penelitian ini semakin besar nilai paremeter β maka nilai R_0 semakin besar pula. Hal ini me bahwa laju penularan individu terinfeksi kepada individu rentan semakin besar, akibatnya tingkat penyebaran penyakit Demam Tifoid semakin besar.

4. Kesimpulan dan Saran

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa:

1) Diperoleh model matematika $SITR$ pada penyebaran penyakit Demam Tifoid yaitu:

$$\frac{dS}{dt} = \mu - \beta SI - \mu S$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \alpha I - \mu I - \gamma I$$

$$\frac{dT}{dt} = \gamma I - \delta T - \alpha T - \mu T$$

$$\frac{dR}{dt} = \delta T - \delta R - \mu R$$

2) Terdapat dua titik kesetimbangan yang diperoleh dari matematika *SITR* pada penyebaran penyakit Demam Tifoid yaitu:

a. Titik kesetimbangan Bebas Penyakit
$$E_0 = (S^*, I^*, T^*, R^*) = (1,0,0,0)$$

b. Titik Kesetimbangan Endemik Penyakit
$$E_1 = (\hat{S}, \hat{I}, \hat{T}, \hat{R})$$

dengan
$$\hat{S} = \frac{(\alpha + \mu + \gamma)}{\beta}$$
$$\hat{I} = -\frac{\mu(\alpha + \mu + \delta - \beta)}{\beta(\alpha + \mu + \gamma)}$$
$$\hat{T} = -\frac{\mu\gamma(\alpha + \mu + \delta - \beta)}{\beta A}$$
$$\hat{R} = -\frac{\mu\gamma\delta(\alpha + \mu + \delta - \beta)}{\beta A(\delta + \mu)}$$

Misal $A = \alpha^2 + \alpha\delta + \alpha\gamma + 2\alpha\mu + \delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik saat $R_0 < 1$ dengan $R_0 = \frac{\beta}{\alpha+\mu+\gamma}$, yang menunjukkan bahwa penyakit akan menghilang dalam jangka waktu tertentu. Serta saat $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik.

Sementara itu, pada penelitian ini telah dibahas pemodelan matematika *SITR* pada penyebaran penyakit Demam Tifoid, untuk penelitian selanjutnya disarankan untuk memodelkan penyebaran penyakit Demam Tifoid dengan menambahkan faktor vaksinasi.

Ucapan Terima Kasih: Penelitian ini dapat dilaksanakan dengan lancar berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, untuk itu peneliti mengucapkan terima kasih kepada Civitas Akademika Universitas Halu Oleo, dosen pembimbing, tim penguji dan pihak-pihak yang telah memfasilitasi dan membantu berjalannya penelitian

Daftar Pustaka

[1] V. Rahmasari, dan K. Lestari. (2018). Review: Manajemen Terapi Demam Tifoid: Kajian Terapi Farmakologis Dan Non Farmakologis. *Farmaka*, *16*(1), 184–195.

[2] F. Ulfa, dan O. W. K. Handayani. (2018). Kejadian Demam Tifoid di Wilayah Kerja Puskesmas Pagiyanten. *HIGEIA (Journal of Public Health Research and Development)*, *2*(2), 227–238.

[3] M. Fadhil, N. Murlina, dan H. R. Yenita. (2021). Profil Pasien Demam Tifoid Dan Pengobatan Di Bagian Penyakit Dalam Rumah Sakit Pirnga di Medan Tahun 2016. *Jurnal Ilmiah Simantek*, *5*(1), 1–9.

[4] S. Side, W. Sanusi, dan N.A. Bohari. (2021). Pemodelan Matematika SEIR Penyebaran Penyakit Pneumonia pada Balita dengan PengaruhVaksinasi di Kota Makassar. *Journal of Mathematics Computations and Statistics*, *4*(1), 1-12.

[5] M. Julkarnain, dan Widodo. (2021). Model Matematika Penyebaran Penyakit Tipes Dengan *Saturated Incidence Rate*. *AddMathEdu: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Ilmu Matematika dan Matematika Terapan*, 11(2), 146-169.

[6] J. Nthiiri, G. Lawi, C. Akinyi, D. Oganga, W. Muriuki, M. Musyoka, P. Otieno, dan L. Koech. (2016). *Mathematical Modelling of Typhoid Fever Disease Incorporating Protection against Infection*. *British Journal of Mathematics & Computer Science*, 14(1), 1–10.

[7] I. Mohammed. (2020). *Mathematical Modeling of Typhoid Fever Transmission Dynamics With Vaccination*. *Gombe Journal og General Studies*, 3(1),125-138.

[8] J. W. Karunditu, G. Kimathi, dan S. Osman. (2019). *Mathematical Modeling of Typhoid Fever Disease Incorporating Unprotected Humans in the Spread Dynamics*. *Journal of Advances in Mathematics and Computer Science*, 32(2), 1–11.

[9] O. J. Peter, O. A. Afolabi, F. A. Oguntolu, dan C. Y. Ishola, A. B. G. (2018). *Solution of a Deterministic Mathematical Model of Typhoid Fever ByVariational Iteration Method*. *Science World Journal*, 13(2), 64–68.

Diterima tgl. 15 Juli 2024
Direvisi tgl. 05 Agustus 2024
Disetujui untuk terbit tgl. 10 Sept. 2024