

---

**Analisis Sistem Antrian Fasilitas Pelayanan pada BRI Unit Tanabatue  
Kecamatan Libureng Kabupaten Bone**

**Sulmianti<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup>Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari  
Email: [sulmianti17@gmail.com](mailto:sulmianti17@gmail.com)

**Norma Muhtar<sup>1,a)</sup>, La Pimpi<sup>1,b)</sup>, Wayan Somayasa<sup>1,c)</sup>, La Gubu<sup>1,d)</sup> dan Alfian<sup>1,e)</sup>**

<sup>1)</sup>Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari  
Email: <sup>a)</sup>[norma.muhtar@uho.ac.id](mailto:norma.muhtar@uho.ac.id), <sup>b)</sup>[lapimpi.uho.mipa@gmail.com](mailto:lapimpi.uho.mipa@gmail.com), <sup>c)</sup>Wayan Somayasa,  
<sup>d)</sup>[la.gubu@uho.ac.id](mailto:la.gubu@uho.ac.id), dan <sup>e)</sup>[alfian@gmail.com](mailto:alfian@gmail.com)

**ABSTRAK**

Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengidentifikasi distribusi waktu kedatangan dan waktu pelayanan di BRI Unit Tanabatue (2) untuk mengetahui model sistem antrian yang diterapkan dibagian teller BRI Unit Tanabatue, dan (3) Untuk menganalisis sistem antrian yang diterapkan dibagian teller BRI Unit Tanabatue. Data yang diambil pada penelitian ini berupa data waktu kedatangan dan waktu pelayanan. Dalam penelitian ini dipilih program SPSS untuk menentukan model antrian. Berdasarkan hasil penelitian menunjukkan bahwa kedatangan nasabah di bank BRI Unit Tanabatue berdistribusi Poisson dan pelayanan nasabah dalam sistem tidak berdistribusi eksponensial. Sementara itu, model antrian yang diterapkan di saluran teller BRI Unit Tanabatue adalah  $[M/G/1]:[FIFO/\infty/\infty]$ . Hal ini berarti bahwa hanya terdapat satu saluran teller, dengan menerapkan disiplin antrian *First In First Out* (FIFO), yaitu nasabah yang pertama adalah nasabah yang datang terlebih dahulu. Di lain pihak, jumlah nasabah yang masuk dalam antrian tidak dibatasi atau tak terhingga, serta ukuran populasi yang merupakan sumber atau asal nasabah yang berpotensi masuk dalam antrian juga tidak terbatas atau tak terhingga

**Kata Kunci:** *Sistem Antrian, FCFS, SPSS, Multi Channel, Single Phase*

**ABSTRACT**

*The aim of this research is (1) to identify the distribution of customer arrival and service times at BRI Unit Tanabatue, (2) to determine the queuing system model applied in the teller section of BRI Unit Tanabatue, and (3) to analyze the queuing system implemented in the teller section of BRI Unit Tanabatue. The data collected for this research includes customer arrival and service time data. The SPSS program was chosen for determining the queuing model. The research findings indicate that customer arrivals at BRI Unit Tanabatue follow a Poisson distribution, and customer service times within the system do not follow an exponential distribution. Meanwhile, the queuing model implemented in the teller channel of BRI Unit Tanabatue is  $[M/G/1]:[FIFO/\infty/\infty]$ . This implies that there is only one teller channel, employing the First In First Out (FIFO) queue discipline, where the first customer to arrive is the first to be served. On the other hand, the number of customers entering the queue is unlimited ( $\infty$ ), and the population size, representing the source or origin of potential customers entering the queue, is also unlimited ( $\infty$ ).*

**Keywords:** *Queue System, FCFS (First-Come-First-Server), SPSS, Multi-Channel, Single Phase.*

**1. Pendahuluan**

Kekhawatiran utama yang paling sering terjadi di kalangan nasabah dan terus ditingkatkan untuk meningkatkan kinerja perbankan adalah antrian, antrian, atau antrian yang terjadi saat menunggu layanan perbankan.[1]

Secara umum, peningkatan jumlah nasabah berimplikasi pada menurunnya kualitas layanan karena peningkatan jumlah nasabah tersebut menimbulkan adanya suatu antrian yang cukup panjang. Dalam hal ini sejumlah nasabah membutuhkan waktu yang cukup lama untuk mendapatkan layanan. Hal tersebut dapat dihindari apabila ada kesesuaian antara saluran atau jalur

layanan dengan jumlah nasabah yang akan mendapatkan pelayanan. Dengan kata lain, apabila terjadi ketidaksesuaian antara jumlah nasabah yang datang dengan fasilitas pelayanan dan jalur/saluran pelayanan maka akan terjadi suatu antrian yang panjang.

Dalam melakukan observasi dan penelitian di BRI Unit Tanabatue, peneliti mendapatkan realitas bahwa di BRI Unit Tanabatue hanya terdapat 1 (satu) teller yang melayani nasabah dalam tarik tunai, exchange, pembayaran cicilan, pengambilan dana benefits dan beasiswa, dan penyimpanan atau penyetoran. Kondisi ini menyebabkan nasabah tidak mendapatkan pelayanan yang ideal, dimana masih

terjadi antrian yang panjang dengan waktu tunggu (holding up line) yang cukup lama. Rata-rata waktu tunggu yang dibutuhkan nasabah sebelum mendapatkan pelayanan adalah 10 - 30 menit. Hal ini melebihi standar waktu tunggu umumnya yang ada di perbankan. Standar benchmark holding up line di industri perbankan mayoritas sekitar 2 menit.

Saat berkunjung ke unit Tanabaue Bank BRI, nasabah terlihat mengantri. Selain itu, diketahui banyak nasabah yang membatalkan transaksi karena menunggu terlalu lama. Kondisi yang demikian mengakibatkan kerugian bagi pihak-pihak yang meminta pelayanan. Oleh karena itu, diperlukan model antrian yang sesuai untuk mengatasi permasalahan tersebut.

Pada bagian dua terdapat tinjauan pustaka yang membahas tentang teori-teori sistem antrian yang mendukung penelitian ini, selanjutnya pada bagian tiga membahas tentang waktu dan tempat penelitian serta metode yang digunakan dalam penelitian ini. Kemudian pada bagian empat membahas tentang hasil penelitian yang dilakukan berdasarkan prosedur yang ada pada bagian tiga. Paper ini ditutup dengan kesimpulan dan saran pada bagian lima.

## 2. Tinjauan Pustaka

### 2.1 Teori Antrian

Teori antrian termasuk dalam bidang probabilitas terapan dan banyak hasilnya telah digunakan dalam riset operasi, ilmu komputer, telekomunikasi, teknik lalu lintas, teori keandalan dan banyak bidang lainnya.[2]

Analisis antrian adalah suatu bentuk analisis probabilistik dan bukan teknik deterministik. Oleh karena itu, hasil analisis antrian yang disebut karakteristik operasi bersifat probabilistik. Statistik aktivitas ini (seperti waktu rata-rata seseorang harus mengantri untuk dilayani) digunakan oleh manajer operasi yang memiliki antrian untuk mengambil keputusan.[3]

ada empat faktor terpenting yang perlu diperhatikan dalam menganalisis suatu sistem antrian, yaitu: 1) Disiplin antrian, yaitu urutan dilayaninya pelanggan yang menunggu; 2) sifat kelompok penelepon, yaitu dari mana pelanggan berasal; 3) kecepatan kedatangan, yaitu seberapa cepat pelanggan tiba dalam antrean; dan 4) tingkat pelayanan, yaitu seberapa cepat pelanggan dilayani.

### 2.2 Sistem Antrian

Sistem antrian adalah suatu peristiwa dimana seorang pelanggan datang untuk menerima pelayanan, menunggu untuk dilayani jika fasilitas pelayanan (server) tetap sibuk, menerima pelayanan, dan kemudian meninggalkan sistem setelah dilayani.[4]

Teori antrian mempelajari menunggu dengan berbagai cara. Teori antrian menggunakan model antrian untuk mewakili berbagai jenis sistem antrian. Rumus setiap model antrian menunjukkan bagaimana sistem antrian akan beroperasi, termasuk waktu tunggu rata-rata yang akan terjadi dalam keadaan yang berbeda-beda. Oleh karena itu, model antrian ini berguna dalam menentukan cara mengoperasikan sistem antrian yang paling efisien. Memberikan terlalu banyak kapasitas layanan untuk mengoperasikan sistem menyebabkan biaya yang berlebihan.

Namun, kegagalan dalam menyediakan kapasitas layanan yang memadai akan menyebabkan waktu tunggu yang terlalu lama dan dampak buruk lainnya.

Model ini memungkinkan Anda menemukan keseimbangan yang tepat antara biaya layanan dan waktu tunggu. [5]

**Tabel 2.2** Contoh Sistem Antrian

Sistem	Garis Tunggu atau Antrian	Fasilitas Pelayanan
Lapangan Terbang	Pesawat Menunggu di Landasan	Landasan Pacu
Pencucian Mobil	Mobil Menunggu sampai Mobil sebelumnya selesai di cuci	Tempat Cuci Mobil
Registrasi Mahasiswa	Mahasiswa Mengantri Mengambil Nomor Antrian	Pusat Registrasi
Perpustakaan	Anggota Perpustakaan Menunggu Melakukan Finger Print	Pegawai Perpustakaan
Bank	Nasabah (orang) Menunggu di Loker Pembayaran	Kasir

### 2.3 Notasi Kendall

**Tabel 2.1** Simbol-simbol pengganti notasi a sampai f pada notasi Kendall-Lee

Notasi	Simbol	Keterangan
$a$ dan $b$	$M$	Markov, kedatangan atau kepergian berdistribusi Poisson (waktu antar kedatangan atau waktu

		pelayanan berdistribusi eksponensial)
	<i>D</i>	Deterministik, waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan konstan atau deterministik
	<i>E<sub>k</sub></i>	Erlang, waktu antar kedatangan atau waktu pelayanan berdistribusi Erlang
	<i>GI</i>	General Independent, distribusi independen umum dari kedatangan atau waktu antar kedatangan
	<i>G</i>	General, distribusi umum dari kepergian atau waktu pelayanan
<i>d</i>	FCFS/FIFO	<i>First Come First Served/First In First Out</i>
	LCFS	<i>Last Come First Served</i>
	SIRO	<i>Service In Random Order</i>
	GD	<i>General Discipline</i>
	NPD	Non-preemptive discipline
	PRD	<i>Preemptive discipline</i>
<i>c/e/f</i>	1,2, ..., ∞	Fasilitas layanan

[a./b/c] : [d/e/f]

Keterangan:

- a : Distribusi Kedatangan
- b : Distribusi Pelayanan
- c : Jumlah pelayanan yang ada
- d : Disiplin Antrian
- e : Kapasitas sistem
- f : Sumber Pemanggilan.

### 2.4 Faktor Sistem Antrian

Beberapa faktor yang mempengaruhi barisan antrian dan pelayanan yaitu:

1. distribusi kedatangan,
2. distribusi waktu pelayanan,
3. fasilitas pelayanan,
4. disiplin pelayanan,
5. ukuran dalam antrian dan
6. sumber panggilan.

### 2.5 Disiplin Antrian

Disiplin antrian adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pengantri. Aturan pelayanan menurut urutan kedatangan ini dapat didasarkan pada

1. *First Come-First Served* (FCFS) atau
2. *First In-First Out* (FIFO),
3. *Last Come-First Served* (LCFS) atau
4. *Last In-Last Out* (LIFO).

### 2.6 Struktur Antrian

Ada empat struktur antrian dasar yang umum terjadi dalam seluruh sistem antrian yaitu

1. *Single Channel-Single Phase*,
2. *Single Channel-Multi Phase*,
3. *Multi Channel-Single Phase*, dan
4. *Multi Channel-Multi Phase*.

### 2.7 Distribusi Poisson

**Definisi 2.1** *Distribusi peluang peubah acak Poisson X yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu dinyatakan dengan t, diberikan oleh:*

$$P(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \lambda > 0, x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Secara umum, parameter  $\lambda$  menyatakan rata-rata banyaknya sukses yang terjadi per satuan waktu atau daerah tersebut dan  $e = 2.71828 \dots$ . Dalam penelitian ini,  $x$  menyatakan banyaknya kedatangan,  $f(x)$  menyatakan probabilitas kedatangan, parameter  $\lambda$  menyatakan rata-rata tingkat kedatangan, dan  $x! = x(x-1)(x-2) \dots 1$  (dibaca  $x$  faktorial).

**Teorema 2.1 (Ekspektasi Distribusi Poisson).** *Jika X adalah variabel random yang berdistribusi Poisson maka nilai ekspektasi dari variabel acak diskrit X berdistribusi Poisson adalah  $\mu = E(X) = \lambda$ .*

Bukti :

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= \sum_x xp(x) = \sum_{x=0}^n xp(x) \\ &= \sum_{x=0}^n x \cdot \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\ &= \sum_{x=0}^n x \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x(x-1)!} \end{aligned}$$

Misalkan  $y = x - 1$  sehingga jika  $x = 1$  maka  $y = 0$ ,  $x = \infty$  maka  $y = \infty$ . Selanjutnya dapat dituliskan, maka diperoleh:

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{y=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^{y+1}}{y!} \\ &= \lambda \sum_{y=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} \end{aligned}$$

Karena  $\sum_{y=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$  merupakan fungsi probabilitas yaitu  $\sum_{y=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} = 1$ , maka diperoleh

$$E(X) = \lambda \sum_{y=0}^n \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!} = \lambda \cdot 1 = \lambda \quad (1)$$

Jadi, terbukti bahwa nilai ekspektasi dari variabel acak diskrit X berdistribusi Poisson adalah  $E(X) = \lambda$

**Teorema 2.2 (Varians Distribusi Poisson).** *Jika X adalah variabel random yang berdistribusi Poisson*

maka nilai variansi dari variabel acak diskrit  $X$  berdistribusi Poisson adalah  $Var(X) = \lambda$ .

Bukti :

$$\begin{aligned} E(X(X-1)) &= \sum_x x(x-1)p(x) \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} x(x-1) \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \\ &= \sum_{x=2}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{(x-2)!} \end{aligned}$$

Misalkan  $y = x - 2$  maka  $x = y + 2$ . Selanjutnya dapat dituliskan

$$\begin{aligned} E(X(X-1)) &= \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{y+2}}{y!} = \lambda^2 \sum_{y=0}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^y}{y!} \\ &= \lambda^2 \end{aligned}$$

Di lain pihak, berlaku

$$E(X^2) = E(X(X-1)) + E(X) = \lambda^2 + \lambda$$

Berdasarkan definisi variansi dari variabel acak diskrit, diperoleh

$$\begin{aligned} \sigma^2 = Var(X) &= E(X^2) - (E(X))^2 \\ &= (E(X(X-1)) + E(X)) - (E(X))^2 \\ &= (\lambda^2 + \lambda) - \lambda^2 = \lambda \end{aligned} \quad (2.2)$$

Jadi, terbukti bahwa nilai variansi dari variabel acak diskrit  $X$  berdistribusi Poisson adalah  $Var(X) = \lambda$ . Lebih jauh, berdasarkan Teorema 2.1 dan Teorema 2.2 terlihat bahwa jika variabel acak diskrit  $X$  berdistribusi Poisson maka  $E(X) = Var(X) = \lambda$ .

## 2.7 Distribusi Eksponensial

**Definisi 2.2** Menurut [6], Variabel random kontinu  $X$  dikatakan berdistribusi Eksponensial dengan parameter  $\beta$ , jika mempunyai fungsi densitas dalam bentuk

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta}, & x > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (2)$$

Sesuai Persamaan (2.4), jika dimisalkan  $\lambda = 1/\beta$  maka Persamaan (2.4) dapat dituliskan sebagai

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (3)$$

**Teorema 2.3.** Jika kedatangan nasabah berdistribusi Poisson maka waktu antar kedatangan nasabah berdistribusi Eksponensial.

Bukti:

Ambil  $T_1$  sebagai waktu antar kedatangan nasabah ke 0 hingga nasabah pertama dan  $T_n$  sebagai waktu antar kedatangan nasabah ke  $n - 1$  hingga nasabah ke  $n$ . Sehingga barisan waktu antar kedatangan adalah barisan  $\{T_n\}$  dengan  $n = 1, 2, 3, \dots$

Akan ditunjukkan bahwa jika  $T_n$  berdistribusi Eksponensial maka kedatangan nasabah berdistribusi Poisson.

Jika  $t < T_1$  maka jumlah kedatangan pada waktu  $t$  adalah nol, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} P_n(T_1 > t) &= P \{ \text{tidak ada} \\ &\text{kedatangan selama waktu } t \} \\ P_n(T_1 \leq t) &= 1 - P_0(t) \\ &= 1 - e^{-\lambda t}, t \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Persamaan (2.6) merupakan fungsi kumulatif dari distribusi Eksponensial, yang secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

$$F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Fungsi densitas dari  $T_1$  adalah

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{dF(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}, t \\ &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Jadi, terbukti bahwa  $T_n$  berdistribusi Eksponensial. Karena kejadian-kejadian pada sistem antrian merupakan kejadian saling bebas maka pembuktian di atas juga berlaku untuk setiap  $T_n, n \geq 1$ .

## 2.8 Ukuran Steady-State

**Definisi 2.3** Suatu keadaan pada antrian dikatakan Steady-state jika nilai peluangnya tidak lagi bergantung pada nilai peluang awal. Dengan kata lain, setelah periode waktu yang cukup lama sistem mencapai keadaan setimbang.

Ukuran Steady-state adalah keadaan yang stabil dimana laju kedatangan kurang dari laju pelayanan. Apabila probabilitas Steady-state dari  $P_n$  untuk  $n$  acak nasabah dalam sistem ditentukan, dapat dihitung ukuran-ukuran Steady-state dari kinerja dari situasi antrian.

Ukuran Steady-State sistem antrian disimbolkan dengan  $(\rho)$  dapat dihitung dengan rumus:

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu} < 1$$

dengan:

$\lambda$  = Jumlah rata-rata kedatangan persatuan waktu

$\mu$  = Jumlah orang yang dilayani persatuan waktu

$c$  = Jumlah pelayanan. [7]

Keadaan steady state dapat dipenuhi apabila  $\rho < 1$  yang artinya  $\lambda < \mu$ , maka kedatangan dan waktu pelayanan sudah mencapai kondisi stabil (steady state). Sebaliknya jika  $\rho > 1$  maka data yang di peroleh belum Steady state karena kedatangan terjadi dengan laju yang lebih cepat dari pada laju pelayanan server, sehingga antrian yang tercipta menjadi lebih Panjang. Sedangkan jika  $\rho = 1$  maka laju kedatangan nasabah sama dengan laju pelayanan server.

Berdasarkan informasi tersebut dapat dihitung ukuran-ukuran kinerja, keefektifan sistem dalam kondisi Steady state meliputi ekspektasi jumlah nasabah dalam antrian ( $L_q$ ), ekspektasi jumlah nasabah dalam sistem ( $L_s$ ), ekspektasi waktu

menunggu dalam antrian ( $W_q$ ) dan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ). [8]

## 2.9 Model-model Sistem Antrian

### 2.9.1 M/M/1

Sistem antrian M/M/1 artinya nasabah datang secara acak dari sumber tak hingga, waktu antar kedatangan berdistribusi Poisson dengan mean  $\frac{1}{\mu}$ , pelayanan tunggal dan ruang tunggu mempunyai kapasitas tanpa batas. Dalam sistem ini kegunaan fasilitas layanan adalah  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ , waktu tunggu mempunyai distribusi Eksponensial dengan mean  $\frac{\rho}{(1-\rho)\mu}$  dan waktu yang digunakan dalam sistem berdistribusi Eksponensial dengan mean  $\frac{1}{(\mu-\lambda)}$ . [10]

Ukuran kinerja pada keadaan *Steady state* untuk model antrian M/M/1, diuraikan berikut ini.

#### 1. Rata-rata jumlah nasabah dalam sistem ( $L_s$ )

Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem ( $L_s$ ) berdasarkan Model *Single Chanel-Single Phase* dirumuskan pada Persamaan (7) berikut.

$$\begin{aligned} L_s &= \sum_{n=1}^{\infty} np_n = \sum_{n=1}^{\infty} n(1-\rho)\rho^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (n-n\rho)\rho^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} (n\rho^n - n\rho^{n+1}) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^n - \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n+1} \\ &= (\rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots) - \\ &(\rho^2 + 2\rho^3 + 3\rho^4 + \dots) \\ &= \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots \\ &= \rho(1 + \rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) \end{aligned}$$

Selanjutnya dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} L_s &= \rho \left( \frac{1}{1-\rho} \right) = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{\frac{\mu-\lambda}{\mu}} \\ &= \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \end{aligned}$$

Jadi,

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda} \quad (7)$$

dengan:

- $L_s$  = rata-rata jumlah nasabah dalam sistem
- $\lambda$  = rata-rata jumlah kedatangan per satuan waktu
- $\mu$  = rata-rata jumlah nasabah yang dilayani per satuan waktu.

#### 2. Rata-rata jumlah nasabah dalam Antrian ( $L_q$ )

Rata-rata jumlah nasabah dalam Antrian ( $L_q$ ) berdasarkan sistem antrian *Single Chanel-Single Phase*, dirumuskan pada Persamaan (8) berikut.

$$\begin{aligned} L_q &= \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)P_n = \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} P_n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} (1-\rho)\rho^n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n + \rho^{n+1} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} nP_n - \sum_{n=1}^{\infty} \rho^n + \rho^{n+1} \end{aligned}$$

Selanjutnya, dapat dituliskan sebagai

$$\begin{aligned} L_q &= \frac{\rho}{1-\rho} - (\rho + \rho^2 + \rho^3 + \dots) \\ &\quad - (\rho^2 + \rho^3 + \rho^4 + \dots) \\ &= \frac{\rho}{1-\rho} - \rho = \frac{\rho}{1-\rho} - \frac{\rho(1-\rho)}{1-\rho} \\ &= \frac{\rho^2}{1-\rho} \end{aligned}$$

Lebih lanjut dapat dituliskan sebagai

$$L_q = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)}{\frac{\mu-\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$$

Jadi,

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} \quad (8)$$

dengan:

- $L_q$  = rata-rata jumlah nasabah yang menunggu dalam antrian
- $\lambda$  = rata-rata jumlah kedatangan nasabah per satuan waktu
- $\mu$  = rata-rata jumlah nasabah yang dilayani per satuan waktu.

#### 3. Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam sistem ( $W_s$ )

Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam sistem ( $W_s$ ) berdasarkan model antrian *Single Chanel-Single Phase*, dirumuskan pada Persamaan (9) berikut.

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda}{\mu-\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

Jadi,

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (9)$$

dengan:

$W_s$  = rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam sistem

$L_s$  = rata-rata jumlah nasabah dalam sistem

$\lambda$  = rata-rata jumlah kedatangan per satuan waktu

$\mu$  = jumlah rata-rata nasabah yang dilayani per satuan waktu.

4. Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam Antrian ( $W_q$ )

Rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam Antrian ( $W_q$ ) berdasarkan model antrian *Single Chanel-Single Phase*, dirumuskan pada Persamaan (10) berikut.

$$\begin{aligned} W_q &= W_s - \frac{1}{\mu} \\ &= \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} \\ &= \frac{\mu - \mu + \lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \\ &= \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \end{aligned}$$

Jadi,

$$W_s = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (10)$$

dengan:

$W_q$  = rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam sistem

$W_s$  = rata-rata waktu yang dihabiskan seorang nasabah dalam sistem

$L_s$  = rata-rata jumlah nasabah dalam sistem

$\lambda$  = rata-rata jumlah kedatangan per satuan waktu

$\mu$  = rata-rata jumlah nasabah yang dilayani per satuan waktu.

### 2.9.2 M/M/c

Sistem antrian *M/M/c* artinya nasabah datang secara acak dari sumber tak hingga, waktu antar kedatangan berdistribusi Poisson dengan mean  $\frac{1}{\lambda}$ , pelayanan sebanyak  $c$  dan ruang tunggu mempunyai kapasitas tanpa batas. Kegunaan fasilitas dalam sistem ini adalah  $\frac{\rho}{c}$ ,

Model ini dibuat untuk menurunkan tingkat antrian dalam sistem dengan membuat saluran pekerja lebih efektif. Sehingga mempercepat tingkat pelayanan karena pada model ini menambahkan jumlah saluran pelayanan sebanyak  $c$ . Karakteristik dari model ini yaitu kedatangan Poisson, waktu pelayanan Eksponensial, dan ukuran kedatangan nasabah tidak terbatas. [9]

Dimodelkan:

$$M/M/c: GD/\infty/\infty$$

dengan:

$M$  = waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi Poisson atau Eksponensial

$c$  = jumlah saluran pelayanan

$GD$  = *General Discipline* yang mengikuti *FCFS, LCLS, SIRO, PRL*

$\infty$  = kapasitas jumlah nasabah yang dapat masuk dalam sistem antrian tidak terbatas dan berasal dari populasi yang tidak terbatas pula.

### 3. Metode Penelitian

Penelitian ini berlangsung pada bulan April sampai dengan Juli 2023. Studi literatur dilakukan pada bulan April 2023, sedangkan pengambilan data dilakukan pada bulan Mei 2023 pada setiap hari kerja. Penelitian ini dilaksanakan di BRI Unit Tanabatue. Analisis data dilakukan pada bulan Juni sampai dengan Oktober 2023 di Laboratorium Komputasi Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari.



Gambar 3.1 Flowchart prosedur penelitian

### 4. Hasil dan Pembahasan

#### 4.1 Pengumpulan Data

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data yang diperoleh dari pengamatan langsung pada Bank Rakyat Indonesia Unit Tanabatue. Pengamatan dilakukan selama 22 hari kerja, terhitung dari 1 Mei sampai dengan 31 Mei 2023. Pemilihan data dikelompokkan berdasarkan waktu kedatangan, waktu pelayanan, peluang masa sibuk, ekspektasi panjang antrian, ekspektasi menunggu dalam sistem, dan ekspektasi menunggu dalam antrian nasabah di *teller*.

## 4.2 Deskripsi Singkat Data Penelitian

### 4.3 Identifikasi Distribusi Kedatangan dan Waktu Pelayanan Nasabah

Secara teoritik, distribusi kedatangan nasabah mengikuti distribusi Poisson. Dalam penelitian ini, dilakukan uji kesesuaian distribusi Poisson berdasarkan data jumlah kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue, pada periode 1 Mei 2023 sampai dengan 31 Mei 2023. Uji kesesuaian distribusi Poisson tersebut didasarkan pada hipotesis sebagai berikut:

$H_0$ : Pola data kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue berdistribusi Poisson

$H_1$ : Pola data kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue tidak berdistribusi Poisson.

Hasil uji kesesuaian distribusi Poisson terhadap data jumlah kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue Kecamatan Libureng dengan menggunakan *software* SPSS disajikan pada Tabel 4.2 berikut.

**Tabel 4. 1** Hasil Uji Kesesuaian Distribusi Poisson

<b>One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test</b>		
Data Kedatangan Nasabah (orang/hari)		
N		22
<i>Poisson Parameter<sup>a,b</sup></i>	Mean	47,45
<i>Most Extreme Differences</i>	Absolute	0,114
	Positive	0,060
	Negative	-0,114
<i>Kolmogorov-Smirnov Z</i>		0,535
<i>Asymp. Sig. (2-tailed)</i>		0,937

**Tabel 4. 2** Hasil Uji Kesesuaian Distribusi Ekspensial

<b>One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test</b>		
Data Waktu Pelayanan Nasabah (menit/hari)		
N		22
<i>Poisson Parameter<sup>a,b</sup></i>	Mean	218,932
<i>Most Extreme Differences</i>	Absolute	0,490
	Positive	0,270
	Negative	-0,490
<i>Kolmogorov-Smirnov Z</i>		2,299
<i>Asymp. Sig. (2-tailed)</i>		0,000

a. Test distribution is Exponential

### 4.4 Pembentukan Model Antrian

Perhitungan tingkat kedatangan nasabah ( $\lambda$ ) dan tingkat pelayanan nasabah ( $\mu$ ) di BRI Unit Tanabatue Kecamatan Libureng, periode 1 Mei 2023 sampai dengan 31 Mei 2023 disajikan berikut ini.

#### 1. Tingkat kedatangan nasabah ( $\lambda$ )

Perhitungan tingkat kedatangan nasabah ( $\lambda$ ) di BRI Unit Tanabatue Kecamatan Libureng disajikan berikut ini.

$$\lambda = \frac{\text{Jumlah nasabah yang datang}}{\text{Jumlah waktu antar kedatangan}}$$

$$\lambda = \frac{1.044 \text{ nasabah}}{5.655 \text{ menit}} = 0,1846 \text{ nasabah/menit}$$

atau

$$\lambda = \frac{1.044 \text{ nasabah}}{94,25 \text{ jam}} = 11,08 \text{ nasabah/jam}$$

Jadi, tingkat atau laju kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue adalah 0,1846 nasabah/menit atau 11,08 nasabah/jam.

Selanjutnya, bersesuaian dengan perhitungan di atas dapat ditentukan rata-rata waktu antar kedatangan nasabah di BRI Unit Tanabatue. Rata-rata waktu antar kedatangan nasabah adalah sebesar  $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,1846} \text{ menit/nasabah} = 5,42 \text{ menit/nasabah}$ .

#### 2. Tingkat pelayanan nasabah ( $\mu$ )

Perhitungan tingkat atau laju pelayanan nasabah ( $\mu$ ) di BRI Unit Tanabatue Kecamatan Libureng disajikan berikut ini.

$$\mu = \frac{\text{Jumlah nasabah yang dilayani}}{\text{Jumlah waktu pelayanan}}$$

$$\mu = \frac{1.044 \text{ nasabah}}{4.817 \text{ menit}} = 0,2168 \text{ nasabah/menit}$$

atau

$$\mu = \frac{1.044 \text{ nasabah}}{80,28 \text{ jam}} = 13,01 \text{ nasabah/jam}$$

Jadi, tingkat atau laju pelayanan nasabah di BRI Unit Tanabatue adalah 0,2168 nasabah/menit atau 13,01 nasabah/jam.

Selanjutnya, bersesuaian dengan perhitungan di atas dapat ditentukan rata-rata waktu pelayanan nasabah di BRI Unit Tanabatue. Rata-rata waktu pelayanan nasabah adalah sebesar  $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{0,2168} \text{ menit/nasabah} = 4,61 \text{ menit/nasabah}$ .

Berdasarkan hasil perhitungan laju kedatangan nasabah dan laju pelayanan nasabah di BRI Unit Tanabatue menunjukkan bahwa nilai  $\mu > \lambda$ , yaitu  $13,01 \text{ nasabah/jam} > 11,08 \text{ nasabah/jam}$ . Hal ini menunjukkan bahwa kondisi *Steady state* atau kondisi stabil yaitu adanya keseimbangan antara jumlah nasabah yang datang dan waktu pelayanan nasabah telah terpenuhi. Meskipun demikian, perbaikan terhadap pelayanan terhadap nasabah masih perlu dilakukan karena waktu pelayanan belum berdistribusi ekponensial sebagaimana mestinya.

#### 4. 5 Analisis Antrian yang Diterapkan di BRI Unit Tanabatue

##### 4.5.1 Model Antrian yang Diterapkan di BRI Unit Tanabatue

Dalam penelitian ini, diketahui bahwa model antrian yang diterapkan di BRI Unit Tanabatue Kecamatan Libureng adalah sebagai berikut:

Model antrian  $[M/G/1]: [FCFS/\infty/\infty]$ , mengandung arti bahwa pola kedatangan nasabah mengikuti pdistribusi Poisson, dengan laju kedatangan rata-rata 5,42 menit/nasabah. Selanjutnya, pola pelayanan nasabah mengikuti distribusi Umum (General), bukan distribusi Eksponensial. Di BRI unit Tanabatue hanya ada satu teller yang melayani nasabah untuk semua jenis transaksi. Urutan pelayanan nasabah yang diterapkan dalam sistem antrian adalah *First Come-First Serverd* (FCFS), yaitu nasabah dilayani sesuai dengan urutan kedatangan mereka ke sistem antrian. Dalam hal ini, nasabah yang tiba pertama kali akan dilayani terlebih dulu. Selanjutnya, jumlah nasabah yang boleh masuk dalam sistem antrian tidak dibatasi atau tidak terbatas ( $\infty$ ). Terakhir, sumber populasi yang datang sebagai nasabah di BRI Unit Tanabatue juga tidak terbatas.

Disiplin yang diterapkan di BRI Unit Tanabatue yaitu nasabah yang terlebih dahulu datang akan dilayani terlebih dahulu (*first in first out*). Struktur antrian yang diterapkan yaitu satu fasilitas pelayanan atau *Single Channel* yang dialiri oleh jalur tunggal atau *Single Phase (Single Channel – Single Phase)*. Hal ini berarti bahwa sarana pelayanan memiliki satu pelayan (teller) dan pelayanan kepada pelanggan diselesaikan dalam satu kali proses pelayanan.

##### 4.5.2 Analisis Kinerja Sistem Antrian

Ukuran kinerja sistem antrian di BRI Unit Tanabatue yang dianalisis dalam penelitian ini yaitu peluang masa sibuk; ekspektasi jumlah pelanggan atau nasabah dalam antrian ( $L_q$ ); ekspektasi jumlah pelanggan atau nasabah dalam sistem ( $L_s$ ), ekspektasi waktu menunggu dalam antrian ( $W_q$ ), dan ekspektasi waktu menunggu dalam sistem ( $W_s$ ).

##### Menentukan peluang masa sibuk ( $\rho$ )

$$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$$

$$\rho = \frac{11,08}{1 (13,01)} = \frac{11,08}{13,01}$$

$$= 0,8517.$$

Jadi, peluang kesibukan *teller* untuk melayani nasabah yaitu 0,8517.

##### Ekspektasi jumlah nasabah dalam sistem ( $L_s$ )

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$= \frac{11,08}{13,01 - 11,08} = 5,74$$

Jadi, rata-rata jumlah nasabah yang berada atau menunggu dalam sistem adalah 5,74 nasabah.

##### Ekspektasi jumlah nasabah berada dalam antrian ( $L_q$ )

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$= \frac{11,08^2}{13,01(13,01 - 11,08)}$$

$$= 4,89$$

Jadi, ekspektasi jumlah nasabah berada dalam antrian adalah sebanyak 4,89 nasabah.

##### Ekspektasi waktu menunggu nasabah dalam sistem ( $W_s$ )

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$= \frac{1}{13,01 - 11,08}$$

$$= 0,52 \text{ jam/nasabah}$$

Jadi, ekspektasi waktu yang dihabiskan nasabah dalam sistem yaitu 0,52 jam/nasabah.

##### Ekspektasi waktu menunggu nasabah dalam antrian ( $W_q$ )

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$= \frac{11,08}{13,01(13,01 - 11,08)}$$

$$= 0,44 \text{ jam/nasabah}$$

Jadi, rata-rata waktu menunggu dalam antrian selama proses pelayanan yaitu 0,44 jam/nasabah.

##### Ekspektasi waktu pelayanan ( $W_t$ )

$$W_t = \frac{1}{\mu}$$

$$= \frac{1}{13,01}$$

$W_t = 0,08 \text{ jam/nasabah}$  atau 4,8 menit/nasabah  
 Jadi, rata-rata lama pelayanan seorang nasabah yaitu 0,0769 jam atau 4,61 menit.

## 5. Kesimpulan dan Saran

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pada Bab IV maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Pola kedatangan di BRI Unit Tanabatue mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan nasabah berdistribusi General atau tidak berdistribusi Eksponensial.
2. Model sistem antrian yang diterapkan di bagian teller BRI Unit Tanabatue adalah  $[M/G/$

- 1]: [FCFS/ $\infty$ / $\infty$ ], di mana pola kedatangan nasabah mengikuti distribusi Poisson, waktu pelayanan nasabah mengikuti distribusi General, hanya ada satu teller yang melayani nasabah untuk semua jenis transaksi, urutan pelayanan nasabah yang diterapkan dalam sistem antrian adalah FCFS, jumlah nasabah yang boleh masuk dalam sistem antrian dan sumber kedatangan atau populasi nasabah tidak dibatasi atau tidak terbatas ( $\infty$ ).
3. Peluang kesibukan *teller* untuk melayani nasabah yaitu 0,8517, yang berarti bahwa tingkat kesibukan server atau teller sebesar 85,17% atau kemungkinan server atau teller mengganggu ( $P_0$ ) adalah 0,1483, yang berarti bahwa peluang server mengganggu hanya sebesar 14,83%. Selanjutnya, ekspektasi jumlah nasabah yang berada atau menunggu dalam sistem ( $L_s$ ) adalah 5,74 nasabah; , ekspektasi jumlah nasabah berada dalam antrian ( $L_q$ ) adalah sebanyak 4,89 nasabah; ekspektasi waktu yang dihabiskan nasabah dalam sistem yaitu 0,52 jam/nasabah; ekspektasi waktu menunggu dalam antrian selama proses pelayanan yaitu 0,44 jam/nasabah; dan ekspektasi lamanya waktu pelayanan seorang nasabah yaitu 0,0769 jam atau 4,61 menit.
- ### 5.2 Saran
- Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, peneliti memberikan saran atas antrian pelayanan nasabah di Bank Rakyat Indonesia (BRI) Unit Tanabatue, yaitu sebagai berikut:
1. Diharapkan kepada manajemen BRI Tanabatue untuk memperbaiki pola pelayanan sehingga waktu yang dihabiskan nasabah dalam sistem maupun dalam antrian dapat dikurangi.
  2. Bagi nasabah diharapkan bisa mengantri sesuai dengan model antrian yang ditetapkan guna terlaksananya sistem antrian yang tepat.
  3. Bagi peneliti, hendaknya dapat digunakan sebagai acuan peneliti sebelumnya serta memberikan kontribusi bagi upaya peningkatan mutu kualitas bank.

**Ucapan Terima Kasih:** Penulis ucapkan terima kasih kepada pembimbing yang telah memberikan saran dan dukungan dalam penyusunan Makalah ini.

### Daftar Pustaka

- [1] A. S., Setyawan, Sudaryanto, B., Manajemen, J., Ekonomika, F., Bisnis, D., Diponegoro, U., & Soedharto, J. (2016). *Analisis Sistem Antrian Layanan Teller Pada Bank Bri Kcp Jakenan Pati*. Diponegoro Journal of Management, 5(3), 1–9.
- [2] J., Sztrik, 2021. *Basic Queueing Theory*. University of Debrecen, Faculty of Informatics.
- [3] Taylor III, B.W., 2013. *Introduction to Management Science*. 11<sup>th</sup> Edition. Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.
- [4] D. Gross, & C.M., Harris, 1998. *Fundamental of Queueing Theory*, Third Edition, I. John Wiley and Sons (ed.), New York.
- [5] F.S. Hiller, & G.J., Lieberman, 2010, *Introduction Operations Research*, Ninth Edition, The McGraw-Hill Companies.
- [6] R. E. Walpole, & R. H., Myers, 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Bandung: Penerbit ITB.
- [7] D. A. Tarliah, T. (2006). Model-Model Pengambilan Keputusan. In *Operations Research: Vol. .* (Cetakan Ke Delapan). Penerbit Sinar Baru Algesindo.
- [8] N.S. M., Mussafi, 2016. *Pemodelan Sistem Antrian Multi-Channel jasa Teller Pada Bank Syariah di Yogyakarta untuk Meningkatkan Kinerja Perusahaan*. Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika, Ilmu Matematika Dan Matematika Terapan (*AdMathEdu*), 5(2), 141-150.
- [9] S.V Hoover, & R.F., Perry, 2001. *Simulation : A Problem Solving Approach*. Northeastern University.