http://jmks.uho.ac.id/
Jurnal Jurusan Matematika FMIPA
Universitas Halu Oleo

ANALISIS MODEL SEITR PADA PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM TIFOID (TIFUS)

Siti Rahmawatisari[1)]
[1)]Program Studi Matematika, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Halu Oleo,Indonesia
Email: sitirahmawatisari2502@gmail.com

Asrul Sani[1,a)], Muhammad Kabil Djafar[1,b)], La Pimpi[1,c)], Wayan Somayasa[1,d)] dan Arman[1,e)]
[1)]Program Studi Matematika, Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Halu Oleo,Indonesia
Email: [a)]saniasrul1969@gmail.com, [b)]kabildjafar@gmail.com, [c)]lapimpi.uho.mipa@gmail.com,
[d)]wayan.somayasa@uho.ac.id, [e)]arman.mtmk@uho.ac.id

ABSTRAK

Penyakit demam tifoid merupakan penyakit yang disebabkan oleh infeksi bakteri Salmonella thypi, menyebar melalui makanan dan air yang terkontaminasi oleh feses dan muntahan dari orang yang terinfeksi bakteri Salmonella thypi. Penelitian ini bertujuan membahas model epidemik SEITR untuk penyebaran penyakit demam tifoid. Dari hasil analisis model SEITR diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit menggunakan linearisasi disekitar titik kesetimbangan. Pencarian bilangan reproduksi dasar juga dilakukan dengan metode next generation matrix. Hasilnya, titik kesetimbangan bebas penyakit titik sadel. jika bilangan reproduksi dasar kurang dari satu, artinya penyakit akan menghilang setelah jangka waktu tertentu, sedangkan titik kesetimbangan endemik stabil jika bilangan reproduksi dasar lebih dari satu, artinya penyakit akan tetap ada . Simulasi numerik model untuk penyakit demam tifoid yang dilakukan sejalan dengan analisis perilaku model.

Kata Kunci: Demam Tifoid, Model SEITR, Kestabilan Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar

ABSTRACT

Typhoid fever is a disease caused by infection with Salmonella typi, which is spread through the air and contaminated by feces and vomit from people infected with Salmonella typi bacteria. This study aims to discuss the SEITR epidemic model for the spread of typhoid fever. Two points were obtained from the analysis of the SEITR model, namely disease-free points and endemic points. Analysis of disease-free points by linearization around the points. The basic reproduction number search is also performed using the next generation matrix method. As a result, the points are free from the point disease if the basic reproduction number is less than one, which means that the disease will disappear after a certain time, while the point is a stable end point if the reproduction rate is greater than one. which means that the disease will persist. Numerical model simulation for typhoid fever was carried out in accordance with behavioral model analysis.

Keywords: Typhoid Fever, SEITRModel, Stability of Equilibrium Points, Basic Reproduction Number

1. Pendahuluan

Demam tifoid atau yang dikenal dengan tifus adalah penyakit yang disebabkan oleh infeksi bakteri Salmonella typhi ataupun yang disingkat dengan kuman S. typh. Bakteri ini ialah genus Salmonella yang bisa masuk ke dalam badan manusia lewat santapan yang tercemar. Penyebarannya terjalin lewat fecal-oral. Demam tifoid merupakan salah satu penyakit saluran cerna, dan beberapa kasus yang tergolong berat menyebabkan adanya gangguan kesadaran[1].

Demam tifoid adalah permasalahan kesehatan global, di mana diperkirakan 11-20 juta orang mengidap demam tifoid dan 128.000 hingga 161.000 diantaranya meninggal setiap tahunnya. Kasus tifoid yang terjadi di Asia Tenggara mencapai 14,1% dari kasus demam tifoid secara global. Kasus demam tifoid di Indonesia menunjukkan adanya kecenderungan peningkatan dari tahun ke tahun dengan rata-rata kesakitan 500/100.000 penduduk dan kematian di perkirakan sekitar 0,6-5% [2]. Penularan penyakit ini adalah melalui air dan makanan yang telah terinfeksi bakteri salmonella typhi. Bakteri salmonella bisa bertahan lama dalam makanan. Dengan adanya penularan tersebut dapat dipastikan hygyene makanan dan hygyenepersonal sangat berperan dalam masuknya bakteri ke dalam makanan [3].

Solusi untuk mencegahdan memberantas demam tifoid pada manusia telah banyak dikembangkan dan dipelajari dari perspektif kesehatan. Salah satu disiplin ilmu yang dapat membantu mengatasi permasalahan tersebut adalah matematika. Pemodelan matematikadapat digunakan untuk menyelesaikan masalah penyebaran demam tifoid pada manusia dengan menggunakan asumsi-asumsi tertentu yang dapat diselesaikan baik secara analitik maupun numerik.

Model matematika yang dapat digunakan dalam penyebaran penyakit demam tifoid pada manusia yaitu model SEITR. Pada model ini, populasi dibagi menjadi lima yakni populasi rentan (*Susceptible)*, populasi terpapar ke dalam masa inkubasi *(Exposed)*, populasi terinfeksi *(Infectious)*, populasi yang diobati*(Treatment)*dan populasi sembuh serta kebal penyakit (*Recovered*). Model SEITR menggambarkan bahwa individu yang rentan terserang penyakit menjadi individu yang terpapar ke dalam masa inkubasi, kemudian individu terinfeksi penyakit, dan individu terinfeksi akan diobati, dan setelah individu diobati akan menjadi individu sembuh serta kebal terhadap penyakit.

Model matematika penyebaran penyakit rabies telah banyak diteliti sebelumnya pada jurnal dan studi. Mohammad Lutfi Hafi [4] menganalisis stabilitas pada penyebaran penyakit demam tifoid (tifus) dengan menggunakan model epidemik SEIS. Model SEITR (*Susceptible- Exposed- Infectious- Treatment- Recovered)* juga telah banyak diteliti sebelumnya, misalnya pada penelitian yang dilakukan oleh Musarifa, dkk[5]. Model SEITR juga pernah dipakai untuk memodelkan penyakit tuberkulosis yaitu pada penelitian yang dilakukan oleh Mustiko, dkk[6].

Pada bagian kedua akan dibahas mengenai metode yang diterapkan dalam menyelesaikan penelitian. Pada bagian ketiga akan dibahas mengenai hasil penelitian yang dilakukan berdasarkan prosedur yang ada pada bagian dua. Pada bagian keempat membahas tentang kesimpulan yang berisi tentang uraian singkat tentang hasil penelitian dan saran untuk penelitian selanjutnya.

2. Metode

Prosedur yang dilakukan pada penelitian ini yaitu membuat beberapa asumsi yang berkaitan pada model SEITR, setelah itu membuat model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid. Dari model yang dibuat dicari titik kesetimbangannya, kemudian dianlisis kestabilan titik kesetimbangannya. Kemudian mencari R_0 dengan menggunakan matriks generasi selanjutnya serta dilakukan analisis R_0 terhadap parameter-parameter yang mempengaruhi.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Model Matematika

Asumsi pembentukan model matematika dari penyebaran penyakit demam tifoid dapat disusun sebagai berikut:

1. Setiap individu yang lahir dianggap tidak memiliki kekebalan.
2. Demam tifoid disebabkan bakteri salmonellatyphi.
3. Manusia yang rentan akan terinfeksi oleh penyakit demam tifoid.
4. Adanya populasi individu rentan yang terpapar penyakit demam tifoid tetapi belum bisa menyebarkan penyakit.
5. Adanya individu yang terinfeksi penyakit kemudian diobati oleh pengobatan kimia.
6. Adanya individu yang terobati kemudian dinyatakan sembuh dan kebal terhadap penyakit.
7. Individu yang telah sembuh tidak akan terserang penyakit jika dengan menjalankan gaya hidup sehat.

Berdasarkan asumsi untuk model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid diperoleh model sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \alpha - \beta SI - \mu S \\ \frac{dE}{dt} &= \beta SI - \delta E - \mu E \\ \frac{dI}{dt} &= \delta E - (\gamma + \mu) I \\ \frac{dT}{dt} &= \gamma I - (\sigma + \mu) T \\ \frac{dR}{dt} &= \sigma T - \mu R \end{aligned} \tag{1}$$

Keterangan:
$S(t)$: Jumlah individu yang rentan pada waktu ke-t.
$E(t)$:Jumlah individu yang terpapar pada waktu ke- t.
$I(t)$: Jumlah individu yang terinfeksi pada waktu ke- t.
$T(t)$:Di*treatment* (pengobatan kimia) pada waktu ke-t.
$R(t)$:Jumlah individu yang sembuh setelah di*treatment* atau diobati pada waktu ke-t.
α:Angka kelahiran pada manusia

μ:Laju kematian pada manusia.
β:Laju transfer dari individu rentan ke individu terpapar.
δ:Laju transfer dari individu terpapar menjadi individu terinfeksi.
γ:Laju transfer dari individu yang terinfeksi ke individu yang telah *treatment*.
σ:Laju transfer dari individu telah di*treatment* ke individu yang sembuh.

3.2. Analisis

Model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid berupa sistem persamaan diferensial nonlinear. Sistem (1) memiliki dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik.

Titik kesetimbangan bebas penyakit dapat diperoleh dengan menyatakan ruas kiri dari Sistem (1) bernilai nol, kemudian disubtitusikan sehingga akan diperoleh titik $E_1 = (S, E, I, T, R)$, telah diketahui pada titik kesetimbangan bebas penyakit bahwa $I = E = 0$, maka selanjutnya akan dicari nilai dari S, T, R

$$\alpha - \beta SI - \mu S = 0 \quad (2)$$
$$\gamma I - (\sigma + \mu)T = 0 \quad (3)$$
$$\sigma T - \mu R = 0 \quad (4)$$

Dengan menyelesaikan $(2), (3), \text{dan } (4)$, sehingga didapatkan:

$$S = \frac{\alpha}{\mu} \quad (5)$$

$$T = 0 \quad (6)$$

$$R = 0 \quad (7)$$

Sehinga diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit

$$E_1 = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0,0,0,0\right)$$

Titik kesetimbangan endemik adalah titik kesetimbangan saat kelas terinfeksi tidak nol atau saat penyakit menyebar dalam populasi. Endemik penyakit artinya di dalam populasi selalu terdapat individu yang terserang penyakit, sehingga $E > 0$ dan $I > 0$. Untuk mencari titik kesetimbangan endemic dapat diperoleh dengan menyatakan ruas kiri dari Sistem (1) bernilai nol, sehingga akan diperoleh titik $E_2 = (S, E, I, T, R)$. Sehingga didapatkan:

$$E_2 = \left(\frac{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2}{\beta\delta}, -\frac{-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3}{\delta\beta(\delta + \mu)}, -\frac{-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3}{(\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2)\beta}, -\frac{\gamma(-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3)}{\beta(\delta\gamma\mu + \delta\gamma\sigma + \delta\mu^2 + \delta\gamma\sigma + \gamma\mu^2 + \gamma\mu\sigma + \mu^3 + \mu^2\sigma)}, -\frac{\sigma\gamma(-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3)}{\beta(\delta\gamma\mu + \delta\gamma\sigma + \delta\mu^2 + \delta\gamma\sigma + \gamma\mu^2 + \gamma\mu\sigma + \mu^3 + \mu^2\sigma)\mu}\right)$$

Penentuan bilangan reproduksi dasar (R_0) dari Sistem Persamaan (1) menggunakan metode matriks next generasi selanjutnya [7]. Matriks selanjutnya dapat diperoleh dari kelas E dan I, sehingga kelas$E$ dan I dapat dituliskan sebagai

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - \delta E - \mu E$$
$$\frac{dI}{dt} = \delta E - (\gamma + \mu)I$$

Maka matriks F dan V sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta\alpha}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} \delta + \mu & 0 \\ -\delta & \gamma + \mu \end{bmatrix}$$

selanjutnya akan dicari V^{-1} dan diperoleh:

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta + \mu} & 0 \\ \frac{\delta}{(\delta + \mu)(\gamma + \mu)} & \frac{1}{\gamma + \mu} \end{bmatrix}$$

Selanjutnya didapatkan matriks K. Dimana $K = FV^{-1}$, sehingga diperoleh

$$K = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta\alpha}{\mu} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\delta + \mu} & 0 \\ \frac{\delta}{(\delta + \mu)(\gamma + \mu)} & \frac{1}{\gamma + \mu} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta + \mu)(\gamma + \mu)} & \frac{\beta\alpha}{\mu(\gamma + \mu)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

nilai eigen matriks k diperoleh dari persamaan berikut

$$\det(\lambda I - k) = 0$$

$$\left[\lambda - \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta + \mu)(\gamma + \mu)}\right]\lambda = 0$$

$$\lambda - \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta + \mu)(\gamma + \mu)} = 0 \text{ atau} \lambda = 0$$

Sehingga diperoleh$\lambda_1 = \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta+\mu)(\gamma+\mu)}$atau$\lambda_2 = 0$

Karena bilangan reproduksi dasar diperoleh dari radius spektral atau dari nilai eigen terbesar, maka diperoleh

$$R_0 = \rho(FV^{-1}) = \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta + \mu)(\gamma + \mu)}$$

Matriks Jacobian dari Sistem (1) adalah:

$$J(E) = \begin{bmatrix} -\beta I - \mu & 0 & -\beta S & 0 & 0 \\ \beta I & -\delta - \mu & \beta S & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -\gamma - \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\sigma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma & -\mu \end{bmatrix}$$

Selanjutnya akan dicari kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dari Sistem (1)dengan mensubstitusi titik kesetimbangan bebas penyakit $E_1 = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0,0,0,0\right)$ ke matriks jacobian J sehingga diperoleh:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & -\frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & -\delta - \mu & \frac{\beta\alpha}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -\gamma - \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\sigma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma & -\mu \end{bmatrix}$$

Dengan bantuan Software Maple 18 dengan *script* selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran 1, diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\mu$$

$$\lambda_2 = -\mu$$

$$\lambda_3 = -\mu - \sigma$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{2}\frac{-\delta\mu - \gamma\mu - 2\mu^2 + \sqrt{4\alpha\beta\delta\mu + \delta^2\mu^2 - 2\gamma\delta\mu^2 + \gamma^2\mu^2}}{\mu}$$

$$\lambda_5 = -\frac{1}{2}\frac{\gamma\mu + \delta\mu + 2\mu^2 + \sqrt{4\alpha\beta\delta\mu + \delta^2\mu^2 - 2\gamma\delta\mu^2 + \gamma^2\mu^2}}{\mu}$$

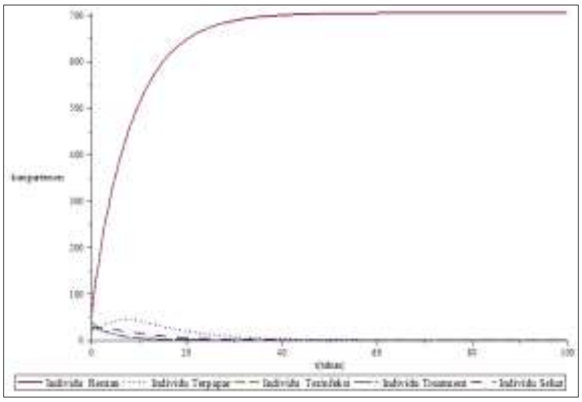
3.3. Simulasi Numerik dan Interpretasi

Kemudian dilakukan simulasi numeric menggunakan Software Maple 18 dengan nilai Parameter terdapat pada Tabel 1.

Tabel 1. Daftarnilai parameter

Parameter	Nilai		
	$R_0 < 1$	$R_0 > 1$	$R_0 = 1$
α	10^2	10^3	10
μ	0.142	0.142	0.2
β	0.002	0.02	$\frac{1}{48}$
δ	0.004	0.04	4.8
γ	0.1	0.1	0.8
σ	0.15	0.15	0.15

Berdasarkan nilai-nilai parameter pada Tabel 1 diperoleh bilangan reproduksi dasar dari Sistem (1) adalah $R_0 = 0.1594532667$. Hasil simulasinya adalah sebagai berikut:

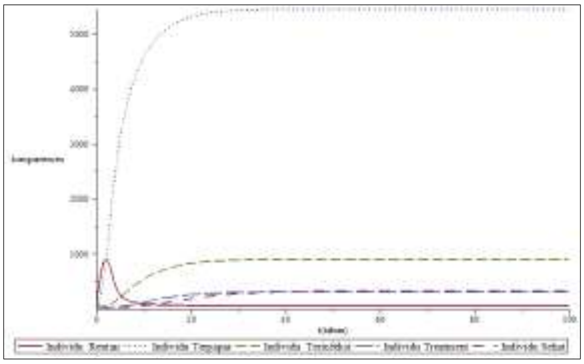


Gambar1. Grafik model SEITR Pada Penyebaran Demam Tifoid Menuju Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit Saat $(R_0 < 1)$

Pada **Gambar 1**di atas menunjukkan grafik laju perubahan pada titik kesetimbangan bebas penyakit dengan $R_0 < 1$, dapat dilihat pada individu rentan mengalami peningkatan, namun pada tahun ke-50 jumlah individu bergerak stabil hingga menuju titik kesetimbangan yaitu titik 704.2253521 yang diakibatkan oleh adanya interaksi dengan individu terinfeksi sehingga sebagian dari individu rentan terpapar oleh penyakit dengan laju $\beta = 0.002$ dan adanya kematian pada manusia $\mu = 0.142$. Pada individu terpapar terjadi peningkatan namun pada tahun ke-8 jumlah individu terpapar mengalami penurunan jumlah populasi dan stabil menuju titik kesetimbangan yang diakibatkan adanya pengobatan, sehingga mengakibatkan laju pertumbuhannya menuju nol. Hal ini diakibatkan oleh penurunan jumlah populasi pada individu rentan. Kemudian pada individu terinfeksi mengalami penurunan yang menuju nol dikarenakan sebagian dari individu terinfeksi masuk kedalam individu treatment, hal ini terjadi karena adanya penurunan populasi pada individu rentan dan individu terpapar. Pada individu treatment mengalami penurunan yang menuju nol dikarenakan sebagian individu treatment masuk kedalam individu sehat, hal ini terjadi karena adanya individu yang sembuh dan terjadi karena adanya penurunan populasi pada individu rentan dan individu terpapar, sehingga lama kelamaan penyakit akan hilang. Sedangkan pada individu sehat mengalami penurunan dan stabil menuju titik kesetimbangan yang di akibatkan oleh adanya pengobatan. Sehingga pada waktu tertentu proporsi individu sehat tidak mengalami perubahan sehingga berada pada kondisi yang setimbang.

Untuk kondisi $R_0 < 1$ titik kesetimbangan bebas penyakit bersifat stabil, ini berarti untuk jangka waktu yang lama populasi manusia yang terinfeksi akan semakin mengecil atau sistem akan lebih cepat terbebas dari penyakit.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik titik kesetimbangan endemik untuk $R_0 > 1$. Jika nilai-nilai parameter diperbesar menjadi $\beta = 0.02, \delta = 0.04, \alpha = 10^3$, sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar dari Sistem (1) adalah $R_0 = 127.9130600$. Hasil simulasinya adalah sebagai berikut:

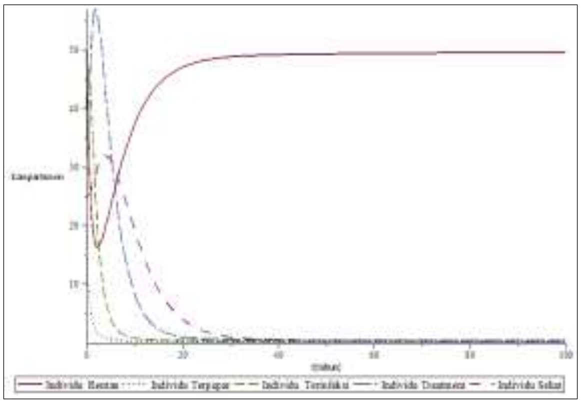


Gambar 2. Grafik model SEITR pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid Menuju Titik Kesetimbangan Endemik Saat ($R_0 > 1$)

Pada Gambar 2 menunjukan bahwa populasi dari individu rentan bergerak naik dan mengalami penurunan menuju titik kesetimbangan, hal ini disebabkan karena adanya interaksi dengan individu terinfeksi sehingga sebagian dari individu rentan terpapar oleh penyakit dengan laju $\beta = 0.02$ dan adanya kematian pada manusia $\mu = 0{,}142$. Pada individu terpapar terjadi peningkatan, namun pada tahun ke-30 jumlah individu bergerak stabil hingga menuju titik kesetimbangan. Pada individu terinfeksi terjadi peningkatan menuju ketitik kesetimbangan. Kemudian pada individu treatment terjadi peningkatan menuju ketitik kesetimbangan dan stabil dititik tersebut. Selanjutnya individu sehat terjadi peningkatan menuju ketitik kesetimbangan dan stabil dititik tersebut yang disebabkan adanya pengaruh pengobatan yang diberikan pada individu rentan. Karena$R_0 > 1$ maka hal ini menjadi status epidemik.

Untuk kondisi $R_0 > 1$ titik kesetimbangan endemik bersifat stabil, ini menunjukkan bahwa sistem belum terbebas dari penyakit dan masih terdapat penyakit yang mendominasi populasi tersebut.

Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik titik kesetimbangan endemik untuk $R_0 = 1$. Jika nilai-nilai parameter diperbesar menjadi $\mu = 0.2, \delta = 4.8, \gamma = 0.8, \beta = \frac{1}{48}, \alpha = 10$, sehingga diperoleh bilangan reproduksi dasar dari Sistem (1) adalah $R_0 = 1$. Hasil simulasinya adalah sebagai berikut:



Gambar 3. Grafik model SEITR pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid Menuju Titik Kesetimbangan Endemik Saat ($R_0 = 1$)

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa populasi dari individu rentan bergerak turun dan mengalami peningkatan menuju titik kesetimbangan, hal ini disebabkan adanya interaksi dengan individu terinfeksi sehingga sebagian dari individu rentan terpapar oleh penyakit dengan laju $\beta = \frac{1}{48}$dan adanya kematian pada manusia $\mu = 0.2$. Pada individu terpapar terjadi penurunan menuju titik kesetimbangan. Pada individu terinfeksi terjadi penurunan menuju titik kesetimbangan. Kemudian pada individu treatmeant terjadi penurunan menuju titik kesetimbangan dan stabil dititik tersebut. Selanjutnya individu sehat terjadi peningkatan dan mengalami penurunan menuju titik kesetimbangan dan stabil dititik tersebut yang disebabkan adanya pengaruh pengobatan yang diberikan pada individu rentan.

Untuk kondisi $R_0 = 1$titik kesetimbangan endemik bersifat stabil, ini menunjukan bahwa sistem belum terbebas dari penyakit dan masih terdapat penyakit yang mendominasi populasi tersebut.

Kesimpulan dan Saran

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pembahasan di atas, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Diperoleh model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid

$$\frac{dS(t)}{dt} = \alpha - \beta SI - \mu S$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \beta SI - \delta E - \mu E$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \delta E - (\gamma + \mu)I$$

$$\frac{dT(t)}{dt} = \gamma I - (\sigma + \mu)T$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \sigma T - \mu R$$

2. Terdapat dua titik kesetimbangan yang diperoleh dari model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid yaitu:
   a. Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit
   $$E_1 = (S, E, I, T, R) = \left(\frac{\alpha}{\mu}, 0,0,0,0\right)$$
   b. Titik Kesetimbangan Endemik
   $$E_2 = (S, E, I, T, R)$$

   Dengan

$$S = \frac{\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2}{\beta\delta}$$

$$E = -\frac{-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3}{\delta\beta(\delta + \mu)}$$

$$I = -\frac{-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3}{(\delta\gamma + \delta\mu + \gamma\mu + \mu^2)\beta}$$

$$T = -\frac{\gamma\begin{pmatrix}-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu \\ +\delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3\end{pmatrix}}{\beta\begin{pmatrix}\delta\gamma\mu + \delta\gamma\sigma + \delta\mu^2 + \delta\gamma\sigma \\ +\gamma\mu^2 + \gamma\mu\sigma + \mu^3 + \mu^2\sigma\end{pmatrix}}$$

$$R = -\frac{\sigma\gamma\begin{pmatrix}-\alpha\beta\delta + \delta\gamma\mu + \\ \delta\mu^2 + \gamma\mu^2 + \mu^3\end{pmatrix}}{\beta\begin{pmatrix}\delta\gamma\mu + \delta\gamma\sigma + \delta\mu^2 + \delta\gamma\sigma + \\ \gamma\mu^2 + \gamma\mu\sigma + \mu^3 + \mu^2\sigma\end{pmatrix}\mu}$$

Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil saat $R_0 < 1$, dengan $R_0 = \frac{\beta\alpha\delta}{\mu(\delta+\mu)(\gamma+\mu)}$, menunjukkan bahwa penyakit akan menghilang dalam jangka waktu tertentu. Apabila $R_0 > 1$maka titik kesetimbangan endemik akan stabil.

4.2 Saran

Pada penelitian ini telah dibuat model SEITR penyebaran penyakit demam tifoid. Model ini masih dapat dikembangkan lagi mengingat masih terdapat penyebab lain yang dapat dipertimbangkan. Model ini juga kiranya dapat digunakan untuk penyakit lainnya yang memenuhi asumsi model SEITR.

Ucapan Terima Kasih. Penelitian ini dapat dilaksanakan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, untuk itu peneliti mengucapkan terima kasih kepada Civitas Akademika Universitas Halu Oleo, dosen pembimbing, tim penguji dan pihak-pihak yang telah memfasilitasi dan membantu berjalannya penelitian ini.

Daftar Pustaka

[1] P. R. Melarosa, D. K.. Ernawati & A. N. Mahendra. (2019). Pola Penggunaan Antibiotika pada Pasien Dewasa dengan Demam Tifoid di RSUP Sanglah Denpasar Tahun 2016-2017. *E-Jurnal Medika Udayana*, *8*(1), 12.

[2] I. G. A. N. D. Sukmawati, M. K. Adi Jaya & D. A. Swastini. (2020). Evaluasi Penggunaan Antibiotik pada Pasien Tifoid Rawat Inap di Salah Satu Rumah Sakit Pemerintah Provinsi Bali dengan Metode Gyssens dan ATC/DDD. *JurnalFarmasiUdayana*, 9(1), 37.

[3] F. Ulfa & O. W. K. Handayani. (2018). *Higeia Journal of Public Health. Higeia Journal of Public Health Research and Development*, 2(2), 227–238.

[4] M.L. Hafi. (2014). *Analisis Stabilitas pada Penyebaran Penyakit Demam Tifoid (Tifus) dengan Menggunakan Model Epidemik SEIS*. [Skripsi]. Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam: Universitas Jember.

[5] Musarifah dan F. Hikmah. (2021). Analisis Model Matematika SEITR pada Penyakit Cacar Air. *Journal of Mathematics: Theory and Applications*, 3(2), 45–52.

[6] M.R. Ramadhan dan S.B. Waluya. (2018). Pemodelan Matematika Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Strategi Dots. *Unnes Journal of Mathematics*, 7(2), 130–141.

[7] P. D. Driessche dan J. Watmough. (2002). Further Notes on The Basic Reproduction Number. *ELSEVIER*, 1-21.

Received: October 05, 2023
Revised: Desember 10, 2023
Published: Januari 31, 2024