Jurnal Matematika, Komputasi, dan Statistika
Volume 4 Nomor 3, pp. 739 - 750, September - Desember 2024
ISSN : 2503-2984

ANALISIS PENDAPATAN MAKSIMAL PADA USAHA JASA SEWA DENGAN PENERAPAN PROGRAM LINEAR BILANGAN BULAT (Studi Kasus: Riska Galery)

Muhammad Asrul Rajab Asri[1)]
[1)]Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari, Indonesia
Email: buturasrul@gmail.com[1)]

Arman[1,a)], La Gubu[1,b)], La Pimpi[1,c)], Aswani[1,d)]
[2)]Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo, Kendari, Indonesia
Email: [a)] arman.mtmk@uho.ac.id, [b)]lagubu@uho.ac.id, [c)] lapimpi.uho.mipa@gmail.com, [d)]aswani.mtmk@uho.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan model matematika yang dapat mengoptimalkan pendapatan pada usaha jasa sewa, dengan fokus pada Riska *Galery* yang menyediakan Baju Adat Pengantin, Baju Adat Sunatan, Baju Pawai anak-anak, dan Baju Tarian Khas Daerah. Metode penelitian yang digunakan mencakup metode Simpleks dan *Branch and Bound* untuk menyelesaikan permasalahan program linear bilangan bulat. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan metode program linear bilangan bulat secara efektif dapat meningkatkan pendapatan pada usaha jasa sewa.

Hasil analisis menunjukkan bahwa solusi optimal menggunakan program linear bilangan bulat, dengan penerapan metode Simpleks dan *Branch and Bound* pada Riska *Galery*, menghasilkan pendapatan maksimal sebesar Rp29.820.000. Ini menandakan bahwa dengan memaksimalkan alokasi sumber daya dan permintaan, usaha jasa sewa dapat mencapai pendapatan yang lebih tinggi. Penelitian ini memberikan kontribusi penting dalam pengelolaan usaha jasa sewa dan menyoroti manfaat menerapkan metode program linear bilangan bulat dalam konteks bisnis seperti pada Riska *Galery*.

Kata kunci: Pendapatan Maksimal, Program Linear Bilangan Bulat, Metode Simpleks, Branch and Bound

ABSTRACT

This study aims to determine a mathematical model that can optimize income in rental service businesses, focusing on Riska Gallery which provides Traditional Bridal Clothes, Traditional Circumcision Clothes, Children's Parade Clothes, and Regional Dance Clothes. The research methods used include Simplex and Branch and Bound methods to solve integer linear programming problems. The results showed that the application of the integer linear program method can effectively increase income in rental service businesses.

The results of the analysis show that the optimal solution using an integer linear programming, with the application of the Simplex and *Branch and Bound* methods at Riska Galery, generates a maximum revenue of Rp29.820.000. This indicates that by maximizing resource allocation and demand, rental service businesses can achieve higher revenues. This research makes an important contribution in the management of rental service businesses and highlights the benefits of applying integer linear program methods in business contexts such as Riska Galery.

Keywords*: *Max Revenue, Integer Linear Programming, Simplex Method, Branch and Bound

1. Pendahuluan

Perkembangan kehidupan di jaman sekarang ini, kebutuhan manusia terus bertambah. Untuk memenuhi kebutuhannya tersebut sering kali tidak dapat dilakukan sendiri, manusia membutuhkan bantuan orang lain (Indrawati, 2018). Usaha jasa sewa menjadi salah satu pilihan yang dapat memenuhi kebutuhan tersebut.

Riska Galery merupakan salah satu usaha jasa sewa yang berada di Kabupaten Buton Utara dan baru beroperasi sekitar dua tahun. Bisnis ini didirikan pada tahun 2021 dan menawarkan jasa sewa pakaian seperti baju adat pengantin, baju adat sunatan, baju pawai anak–anak, baju tarian khas daerah, berbagai aksesoris, serta perabotan pesta, dekorasi dan lain-lain.

Karena usaha yang dijalankan masih tergolong dalam bentuk usaha kecil, dalam menjalankan usaha penyewaan tersebut masih memakai rumah pribadi pemilik sebagai tempat usaha. Perspektif manajemen usaha kecil relatif sedikit berbeda dari manajemen usaha skala besar. Pada perusahaan besar dan mapan antara fungsi dan tugas manager telah dipilah sedemikian rupa sesuai strategi dan struktus organisasi. Pada usaha kecil dimana seluruh sumberdaya sangat terbatas, fungsi dan tugas seorang manager berbaur menjadi satu karena memang dalam usaha kecil belum diperlukan manager. Manager pada usaha kecil seringkali juga merupakan pendiri atau pemilik (Hartati, 2013).

Oleh karena itu, diperlukan suatu strategi yang tepat untuk mengoptimalkan keuntungan dari usaha penyewaan ini. Program Linear (PL) adalah alat matematis yang efektif untuk mengoptimalkan masalah yang melibatkan alokasi sumber daya. Namun, dalam konteks usaha jasa sewa, seringkali kita dihadapkan pada situasi di mana variabel yang harus diambil adalah bilangan bulat, seperti jumlah pakaian yang akan disewakan. Untuk mengatasi kendala ini, Program Linear Bilangan Bulat (PLBB) atau sering disebut dengan Integer Linear Programming (ILP) menjadi solusi yang tepat.

Program linear adalah metode optimasi untuk menemukan nilai optimum dari fungsi tujuan linear pada kondisi pembatasan-pembatasan (constraint) tertentu. Pembatasan yang berkaitan dengan sumber daya seperti bahan mentah, uang, waktu, tenaga kerja dan lain-lain (Warman dkk., 2021). Sedangkan Program linear bilangan bulat merupakan bagian dari program linear dengan tambahan kendala, dimana beberapa atau semua variabel keputusannya memiliki nilai-nilai bilangan bulat. Masalah-masalah program linear bilangan bulat menyangkut masalah-masalah yang harus diselesaikan dengan bentuk bilangan bulat (Widiasih, 2007).

Pada bagian kedua dibahas tentang tinjauan pustaka yang berisi tentang program linear, bentuk umum pemrograman linear, program linear bilangan bulat, pencabangan dan pembatasan, dan pemotongan bidang datar. Bagian ketiga akan dibahas metode yang digunakan dalam penelitian ini. Pada bagian keempat dibahas hasil dan pembahasan pada penelitian ini, yaitu mengenai analisis pendapatan maksimal pada usaha jasa sewa dengan penerapan program linear bilangan bulat. Selanjutnya, pada bagian kelima diakhiri dengan penutup berisi kesimpulan dan saran

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Program Linear (Linear Programming)

Program linear adalah salah satu pendekatan matematika yang paling sering dipergunakan dan diterapkan dalam keputusan-keputusan manajerial. Tujuan dari penggunaan program linear adalah untuk menyusun suatu model yang dapat dipergunakan untuk membantu pengambilan keputusan dalam menentukan alokasi yang optimal dari sumber daya ke berbagai alternatif. Penggunaan model program linear dalam hal ini adalah mengalokasikan sumber daya tersebut sedemikian rupa sehingga akan maksimum atau alternatif minimum (Darmawan, 2015).

Ada tiga elemen penting dalam pemrograman linear (Ngusman, 2018) yaitu:

a. Variabel keputusan (decision variables): $x_1, x_2, \dots, x_n$ adalah variabel yang nilai-nilainya dipilih untuk dibuat keputusan.
b. Fungsi tujuan (objective function): $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah fungsi yang akan dioptimasi (dimaksimumkan atau diminimumkan).
c. Pembatasan (constraints): $c_i(x_1, x_2, \dots, x_n) < b_i$ adalah pembatasan-pembatasan yang harus dipenuhi.

Terdapat beberapa metode pemecahan masalah dalam program linear yaitu metode grafik, metode Gauss-Jordan, dan metode simpleks.

2.1.1 Metode Grafik

Metode grafik ialah metode sederhana untuk memecahkan suatu masalah pemrograman linear (Febriana, 2018). Seperti namanya, pendekatan grafik adalah pendekatan yang digunakan dalam menyelesaikan masalah program linear dengan metode grafik dalam upaya untuk menentukan keputusan (Ba'ru dan Remme, 2019).

2.1.2 Metode Gauss-Jordan

Metode eliminasi Gauss-Jordan merupakan salah satu metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang dikembangkan dari metode eliminasi Gauss Naif/Biasa. Dalam analisanya, metode Gauss-Jordan dilakukan dengan operasi matriks (Nasmirayanti dkk., 2022).

2.1.3 Metode Simpleks

Metode Simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian dalam pemrograman linear yang digunakan sebagai teknik pengambilan keputusan dalam permasalahan yang berhubungan dengan pengalokasian sumberdaya secara optimal yang meliputi banyak pertidaksamaan dan banyak variabel (Asmara dkk., 2018).

2.2 Bentuk Umum Pemograman Linear

Masalah pemrograman linear adalah masalah optimisasi bersyarat yakni pencarian nilai maksimum atau pencarian nilai minimum sesuatu fungsi tujuan berkenaan dengan keterbatasan-keterbatasan atau kendala yang harus dipenuhi. Masalah-masalah tersebut secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut (Supranto, 2009):

Fungsi tujuan memaksimumkan dinotasikan dengan Z dan relasi dalam kendala berbentuk $(\leq)$ sehingga bentuknya menjadi:
Maksimumkan fungsi tujuan
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$
Terhadap kendala-kendala
$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{array}$$
Kendala non negatif
$$x_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n)$$

Fungsi tujuan meminimumkan dinotasikan dengan Z dan relasi dalam kendala berbentuk $(\geq)$ sehingga menjadi:
Meminimumkan fungsi tujuan
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$
Terhadap kendala-kendala
$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \quad \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{array}$$
Kendala non negatif
$$x_j \geq 0 (j = 1, 2, \dots, n)$$
Dengan:
x_j : variabel keputusan ke- j atau banyaknya produk ke- j $(j = 1,2, \dots, n)$
b_j : suku tetap atau bahan mentah jenis ke-j yang tersedia $(j = 1,2, \dots, n)$
a_{ij} : koefisien kendala atau bahan mentah ke-i yang digunakan untuk memproduksi satu unit produk j
c_j : koefisien ongkos atau harga jual satu unit j

2.3 Program Linear Bilangan Bulat (*Integer Linear Programming*)

Program linear bilangan bulat merupakan bagian dari program linear dengan tambahan kendala, dimana beberapa atau semua variabel keputusannya memiliki nilai-nilai bilangan bulat. Masalah-masalah program linear bilangan bulat menyangkut masalah-masalah yang harus diselesaikan dengan bentuk bilangan bulat (Widiasih, 2007).

ILP pada intinya berkaitan dengan program-program linear di mana beberapa atau semua variabel memiliki nilai- nilai *integer* atau diskrit. Sebuah *ILP* dikatakan bersifat campuran dan murni bergantung pada apakah beberapa atau semua variabel tersebut dibatasi pada nilai-nilai *integer* (Taha, 2007).

Ada beberapa jenis model program linear bilangan bulat, yaitu sebagai berikut:

2.4 Pencabangan dan Pembatasan (*Branch and Bound*)

Metode *Branch and bound* pertama kali diperkenalkan oleh A.H. Land dan A.G. Doig pada tahun 1960. Metode ini merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal pemrograman linear yang menghasilkan variabel-variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru (Purba dan Ahyaningsih, 2020).

Keuntungan dari cara pencabangan dan pembatasan adalah cara yang efisien untuk mendapatkan seluruh jawaban layak (*fisibel*), sedangkan kerugian cara ini adalah akan mencari seluruh jawaban program linear pada setiap titik. Pada persoalan yang besar akan memerlukan waktu yang cukup lama, terutama bila yang dibutuhkan hanya keterangan mengenai nilai objektif yang optimum (Erlina dkk., 2014).

2.5 Pemotongan Bidang Datar (*Cutting Plane*)

Metode *cutting plane* merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menyelesaikan program linear bilangan bulat, baik bilangan bulat murni maupun campuran dengan penambahan batasan baru yang disebut *gomory*. Batasan *gomory* diberikan jika nilai dari variabel keputusan belum bulat (bernilai pecahan). Batasan-batasan tersebut secara efektif akan menyingkirkan beberapa ruang penyelesaian yang tidak berisi titik bilangan bulat yang layak, tetapi tidak pernah menyingkirkan satupun titik bilangan bulat yang layak. Metode *cutting plane* digunakan untuk permasalahan yang variabel keputusannya harus bulat. Program linear tidak efektif untuk menyelesaikan permasalahan tersebut sehingga dikembangkan metode *cutting plane* yang lebih efektif dan memberikan hasil yang lebih baik (Alannuariputri, 2013).

3. Metode Penelitian

1. Pengumpulan data melalui tahapan studi pustaka, observasi serta melakukan wawancara dengan pemilik Riska Galery. Adapun data yang dibutuhkan yaitu jenis pakaian yang disewakan, harga sewa tiap jenis pakain, jumlah barang yang disewakan, perawatan yang dilakukan terhadap pakaian yang disewakan serta kapasitas penyimpanan.
2. Menentukan variabel keputusan. Pada usaha jasa sewa, variabel keputusan yang perlu ditentukan adalah jumlah barang yang akan disewakan.
3. Menentukan fungsi tujuan. Dalam penerapan metode simpleks, fungsi tujuan diubah menjadi bentuk standar dengan menambahkan variabel slack.
4 Menentukan fungsi kendala. Fungsi kendala pada usaha jasa sewa berguna untuk membatasi jumlah barang yang tersedia untuk disewakan, jumlah waktu sewa, serta kapasitas penyimpanan. Contoh fungsi kendala pada usaha jasa sewa adalah:
   a. Jumlah barang tidak melebihi kapasitas penyimpanan
   b. Perawatan terhadap pakaian yang disewakan
   c. Jumlah barang yang disewakan tidak melebihi stok barang yang tersedia

   Fungsi kendala diubah menjadi bentuk standar dengan menambahkan variabel slack.
5 Membuat tabel simpleks Setelah fungsi tujuan dan fungsi kendala ditentukan, tabel simpleks dapat dibuat untuk menemukan solusi optimum. Tabel simpleks terdiri dari variabel keputusan, variabel slack, variabel surplus, koefisien teknis, nilai batasan, dan konstanta.
6 Menggunakan algoritma simpleks. Algoritma simpleks digunakan untuk menghitung nilai variabel keputusan yang menghasilkan profitabilitas maksimum.
7 Interpretasi hasil. Setelah solusi optimum ditemukan, hasilnya dapat berupa nilai optimum yang menunjukan pendapatan maksimal, dan alokasi optimal yang menunjukan seberapa banyak unit dari setiap jenis barang yang harus disewakan untuk mencapai pendapatan maksimum. Jika nilai koefisien dari variabel keputusan belum berupa bilangan integer maka masalah ini belum tepat. Kemudian dilanjutkan untuk membuat solusi menjadi bilangan integer, dalam penelitian ini digunakan metode Branch and Bound.
8 Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar) dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini, dengan batasan $\leq$ dan batasan $\geq$.
9 Menjadikan solusi metode simpleks sebagai batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan.
10 Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub-masalah.

11 Suatu solusi integer fisibel (layak) adalah sama baik atau lebih baik dari batas atas untuk setiap sub-masalah yang dicari. Jika solusi yang demikian terjadi, suatu sub-masalah dengan batas atas terbaik dipilih untuk dicabangkan. Kembali ke langkah 8.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Data Penelitian

Pada bulan Agustus 2022, usaha jasa sewa Riska *Galery* berhasil mencapai penghasilan sebesar Rp 20.000.000. Penghasilan ini hanya mencakup pendapatan dari penyewaan pakaian yang ditawarkan kepada pelanggan selama bulan tersebut. Data ini mencerminkan performa keuangan Riska *Galery* dalam jangka waktu singkat, dan akan menjadi bagian penting analisis serta perbandingan dalam penelitian ini.

Riska *Galery* menyediakan 4 macam pakaian untuk disewakan, yaitu Baju Adat Pengantin, Baju Adat Sunatan, Baju Pawai Profesi anak-anak dan Baju Tarian Khas Daerah. Untuk jumlah pakaian masing-masing yang tersedia adalah Baju Adat Pengantin 5 pasang, Baju Adat Sunatan 15 buah, Baju Pawai Profesi anak-anak 50 buah, dan Baju Tarian Khas Daerah sebanyak 24 buah. Berikut tabel jumlah pakaian yang tersedia.

Tabel 4.1 Produk Tersedia

Produk	Jumlah
Baju adat pengantin	5 (pasang)
Baju adat sunatan	15 buah
Baju pawai profesi anak-anak	50 buah
Baju tarian khas daerah	24 buah

Sehingga permintaan, atau jumlah penyewaan tidak boleh melebihi jumlah stok yang tersedia, disusunlah fungsi kendala permintaan:

$x_1 \leq 5$
$x_2 \leq 15$
$x_3 \leq 50$
$x_4 \leq 24$

Hasil dari pengamatan langsung dan wawancara dengan pemilik usaha mengindikasikan bahwa Riska Galery menghadapi tantangan dalam hal pengelolaan ruang penyimpanan. Pakaian dengan bahan yang rumit memerlukan penanganan yang lebih spesifik dalam hal penyimpanan. Bahan seperti sutra, brokat, dan renda rentan terhadap kerutan dan kerusakan, sehingga metode penyimpanan yang hati-hati dan penuh perhatian harus diterapkan. Pakaian yang disewakan tidak boleh dilipat dan hanya boleh digantung. Maka dari itu pemilik usaha menyediakan gantungan khusus dan lemari kaca yang memiliki gantungan untuk memaksimalkan kapasitas penyimpanan. Terdapat 1 lemari pajangan kecil yang memiliki panjang gantungan 60cm, 1 lemari pajangan besar dengan panjang gantungan 100cm dan 3 gantungan baju besi yang masing-masing memiliki Panjang 105cm.

Tabel 4.2 Kapasitas Penyimpanan

Jenis Penyimpanan	Jumlah	Panjang Gantungan (cm)
Lemari kecil	1	60
Lemari Besar	1	100
Gantungan besi	3	315

Selain itu karena cara penyimpanan hanya boleh digantung maka diputuskan untuk menghitung kapasitas penyimpanan dengan lebar pakaian saat digantung. Berdasarkan hasil pengukuran, baju adat pengantin memiliki lebar 7cm untuk tiap pakaiannya saat digantung. Baju adat sunatan memiliki lebar 6cm, baju pawai profesi anak-anak 4,5cm dan baju tarian khas daerah sebesar 5cm.

Dari data tersebut kemudian disusun fungsi kendala berikut:

Pada lemari kecil diputuskan hanya memuat baju adat pengantin saja, namun karena penentuannya perpasang maka nilai koefisiennya dikali dua, sehingga menghasilkan:

$14x_1 \leq 60$

Pada lemari besar diputuskan hanya memuat baju adat sunatan sehingga menghasilkan:

$6x_2 \leq 100$

Sedangkan pada gantungan besi diputuskan memuat baju pawai anak-anak, dan baju tarian khas daerah sehingga menghasilkan:

$4{,}5x_3 + 5x_4 \leq 315$

Perawatan lain yang dilakukan adalah memperbarui pakaian dengan mengganti payet, renda serta logo atau lambang yang rusak atau terlepas. Untuk baju pengantin dan baju sunatan memakai payet yang sama yaitu manik-manik seharga Rp100.000 per-kilogram. Satu pakaian memakai sekitar setengah kilogram manik-manik untuk satu kali perawatan. Baju pawai profesi anak-anak memakai lambang seharga Rp7.000 per-buah. Satu kali perawatan bisa mengganti satu lambang per-baju. Sedangkan baju tarian memakai renda seharga Rp100.000 per-12 meter. Satu kali perawatan memakai sekitar dua meter renda. Riska *Galery* menyiapkan dana Rp1.500.000 sebulan khusus untuk seluruh biaya perawatan pakaian yang disewakan.

Tabel 4.3 Biaya Perawatan

Jenis Pakaian	Jenis Perawatan	Biaya Perawatan (Rp)
Baju adat pengantin	Payet	50.000
Baju adat sunatan	Payet	50.000
Baju pawai profesi anak-anak	Lambang	7000
Baju tarian khas daerah	Renda	17.000

Sehingga dari data tersebut disusun fungsi kendala berikut:

$$50.000x_1 + 50.000x_2 + 7000x_3 + 17.000x_4 \leq 1.500.000$$

Penyelesaian permasalahan ini dengan menggunakan metode simpleks, sebelum masuk ke tahap perhitungan pertama-tama perlu dilakukan hal berikut:

1. Menentukan variabel keputusan dari permasalahan tersebut
   x_1 = Baju Adat Pengantin
   x_2 = Baju Adat Sunatan
   x_3 = Baju Pawai Profesi anak-anak
   x_4 = Baju Tarian Khas Daerah
2. Menentukan fungsi tujuan dan kendala dalam permasalahan tersebut

Tabel 4.4 Jenis Produk, Persediaan dan Harga Sewa

Produk	Persediaan	Harga Sewa (Rp)
Baju Adat Pengantin	5 (pasang)	1.500.000/pasang
Baju Adat Sunatan	15 buah	1.000.000/buah
Baju Pawai Profesi anak-anak	50 buah	150.000/buah
Baju Tarian Khas Daerah	24 buah	120.000/buah

Fungsi tujuan:

$$Z = 1.500.000x_1 + 1.000.000x_2 + 150.000x_3 + 120.000x_4$$

Dengan kendala:

$$14x_1 \leq 60$$
$$6x_2 \leq 100$$
$$4{,}5x_3 + 5x_4 \leq 315$$
$$x_1 \leq 5$$
$$x_2 \leq 15$$
$$x_3 \leq 50$$
$$x_4 \leq 24$$
$$50.000x_1 + 50.000x_2 + 7000x_3 + 17.000x_4 \leq 1.500.000$$

4.2 Penyelesaian Dengan Metode Simpleks

Dari data-data sebelumnya kemudian dilakukan langkah-langkah berikut:

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala

Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit yaitu menggeser elemen dari sebelah kanan ke sebelah kiri, sehingga fungsi tujuan ini menjadi:

$$Z - 1.500.000x_1 - 1.000.000x_2 - 150.000x_3 - 120.000x_4 = 0$$

Fungsi kendala diubah dengan memberikan variabel *slack* yang berguna untuk mengetahui batasan-batasan dalam kapasitas dengan menambah variabel tambahan menjadi:

$$14x_1 + s_1 \leq 60$$
$$6x_2 + s_2 \leq 100$$
$$4{,}5x_3 + 5x_4 + s_3 \leq 315$$
$$x_1 + s_4 = 5$$
$$x_2 + s_5 = 15$$
$$x_3 + s_6 = 50$$
$$x_4 + s_7 = 24$$
$$50.000x_1 + 50.000x_2 + 7000x_3 + 17.000x_4 + s_8 = 1.500.000$$

Persamaan-persamaan diatas disusun dalam tabel simpleks. Setelah formulasi diubah kemudian disusun ke dalam tabel iterasi pertama sebagai berikut:

2. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel.

Tabel 4.5 Formulasi dan Iterasi Pertama

$Var.$ $dasar$	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK
Z	-1.500.000	-1.000.000	-150.000	-120.000	0	0	0	0	0	0	0	0	-
s_1	14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	60
s_2	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	100
s_3	0	0	4,5	5	0	0	1	0	0	0	0	0	315
s_4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5
s_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15
s_6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
s_7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	24
s_8	50.000	50.000	7.000	17.000	0	0	0	0	0	0	0	1	1.500.000

3. Memilih kolom kunci

   Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar.

Tabel 4.6 Kolom Kunci

$Var.$ $dasar$	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK
Z	-1.500.000	-1.000.000	-150.000	-120.000	0	0	0	0	0	0	0	0	-
s_1	14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	60
s_2	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	100
s_3	0	0	4,5	5	0	0	1	0	0	0	0	0	315
s_4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5
s_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15
s_6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
s_7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	24
s_8	50.000	50.000	7.000	17.000	0	0	0	0	0	0	0	1	1.500.000

Kolom kunci

4. Memilih baris kunci

   Memilih baris kunci, yaitu nilai yang mempunyai limit rasio dengan angka terkecil. Dengan:

   Limit rasio = nilai kanan / nilai kolom kunci
   NK = Nilai Kanan

Tabel 4.7 Penentuan Baris Kunci dan Angka Kunci

$Var.$ $dasar$	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK	Indeks

Z	-1.500.000	-1.000.000	-150.000	-120.000	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-
s_1	14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	60	4,2857
s_2	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	100	100
s_3	0	0	4,5	5	0	0	1	0	0	0	0	0	315	315
s_4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	5
s_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15	15
s_6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50	50
s_7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	24	24
s_8	50.000	50.000	7.000	17.000	0	0	0	0	0	0	0	1	1.500.000	30.000

Angka kunci

5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

   Nilai pertama adalah nilai baris pivot baru yaitu x_1, semua nilai pada baris s_1 dibagi dengan 1 (elemen pivot).

   Keterangan:

   a. Nilai baris kunci / angka kunci

   b. Nilai kunci yaitu nilai pada baris s_1

   Kolom baris kunci

14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	60

Angka kunci yaitu variabel keluar/elemen pivot (1)

14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	60

Nilai baris kunci diubah dengan cara dibagi dengan angka kunci, sehingga menghasilkan:

Tabel 4.8 Perubahan Baris Kunci

Var. dasar	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK	Indeks
Z	-1.500.000	-1.000.000	-150.000	-120.000	0	0	0	0	0	0	0	0	-	-
x_1	1	0	0	0	0,0714	0	0	0	0	0	0	0	4,2857	4,2857
s_2	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	100	100
s_3	0	0	4,5	6	0	0	1	0	0	0	0	0	315	315
s_4	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	5	5
s_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15	15
s_6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50	50
s_7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	24	24
s_8	50.000	50.000	7.000	17.000	0	0	0	0	0	0	0	1	1.500.000	30.000

6. Mengubah nilai-nilai lain selain baris kunci

   Baris baru = baris lama – (nilai baris kunci baru x koefisien per kolom kunci)

   Keterangan:

   a. Baris lama = baris selain x_1, yaitu Z, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7 dan s_8

   b. Nilai baris kunci baru = nilai pada baris kunci baru yaitu x_1

   c. Koefisien per kolom kunci = nilai dari angka kolom kunci

Dari semua hasil perhitungan maka didapatkan:

Tabel 4.9 Iterasi Kedua

Var. dasar	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK
Z	0	-1.000.000	-150.000	-120.000	107.142,9	0	0	0	0	0	0	0	6.428.571,4286
x_1	1	0	0	0	0,1429	0	0	0	0	0	0	0	4,2857
s_2	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	100
s_3	0	0	4,5	6	0	0	1	0	0	0	0	0	315
s_4	0	0	0	0	-0,0714	0	0	1	0	0	0	0	0,7143
s_5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15
s_6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
s_7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	24
s_8	0	50.000	7.000	17.000	-3.571,4286	0	0	0	0	0	0	1	1.285.714,2857

7. Penentuan hasil optimal

Solusi optimal dapat dilihat dari koefisien fungsi tujuan. Jika yang dicari Zmax, dapat dikatakan optimal jika seluruh nilai koefisien positif atau 0. Jika kriteria tidak terpenuhi maka ulang kembali dari langkah 3.

Karena koefisien dari fungsi tujuan masih terdapat nilai negatif, maka dilakukan perhitungan pengulangan. Penghitungan tersebut diulang-ulang sampai menemukan baris baru yang memiliki nilai maksimum sehingga dapat diketahui pendapatan maksimal dari tahapan iterasi.

Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) = 0

Baris baru = baris lama – (koefisien angka kolom kunci × nilai baris baru kunci)

Perhitungan untuk Z/s_5

	[0	-1.000.000	-150.000	-120.000	107.142,9	0	0	0	0	0	0	0	6.428.571,4286]	
-1.000.000	[0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15]	-
	0	0	-150.000	-120.000	107.142,9	0	0	0	1.000.000	0	0	0	21.428.571,4286	

Perhitungan untuk Z/s_6

	[0	0	-150.000	-120.000	107.142,9	0	0	0	1.000.000	0	0	0	21.428.571,4286]	
-150.000	[0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50]	-
	0	0	0	-120.000	107.142,9	0	0	0	1.000.000	150.000	0	0	28.928.571,4286	

Perhitungan untuk Z/s_8

	[0	0	0	-120.000	107.142,9	0	0	0	1.000.000	150.000	0	0	28.928.571,4286]	
-120.000	[0	0	0	1	-0,2101	0	0	0	-2,9412	-0,4118	0	0,0001	10,9244]	-
	0	0	0	0	81.932,77	0	0	0	647.058,8	100.588,2	0	7,0588	30.239.495,7983	

Jurnal Matematika, Komputasi, dan Statistika
Volume 4 Nomor 3, pp. 739 - 750, September - Desember 2024
ISSN : 2503-2984

Tabel 4.10 Iterasi Kelima

$Var.$ $dasar$	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	NK
Z	0	0	0	0	81.932,77	0	0	0	647.058,8	100.588,2	0	7,0588	30.239.500
x_1	1	0	0	0	0,0714	0	0	0	0	0	0	0	4,2857
s_2	0	0	0	0	0	1	0	0	-6	0	0	0	10
s_3	0	0	0	0	1,0504	0	1	0	14,7059	-2,4412	0	-0,0003	35,3782
s_4	0	0	0	0	-0,0714	0	0	1	0	0	0	0	0,7143
x_2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	15
x_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	50
s_7	0	0	0	0	0,2101	0	0	0	2,9412	0,4118	1	-0.0001	13,0756
x_4	0	0	0	1	-0,2101	0	0	0	-2.9412	-0.4118	0	0.0001	10,9244

Perhitungan berhenti di iterasi kelima karena seluruh koefisien Z telah bernilai 0, maka tabel telah dikatakan optimal dan menghasilkan pendapatan maksimal sebesar Rp30.239.500.

Namun karena yang diinginkan adalah solusi variabel keputusan yang berupa bilangan *integer* maka masalah ini belum tepat, untuk membuat solusi menjadi bilangan *integer* dalam penelitian ini digunakan metode *Branch and Bound.*

4.3 Penyelesaian Dengan Metode *Branch and Bound*

Langkah pertama adalah menentukan batas atas (BA) dan batas bawah (BB). Pendapatan dengan $x_1 = 4{,}2857$, $x_2 = 15$, $x_3 = 50$ dan $x_4 = 10{,}9244$ adalah Rp 30.239.500, karena x_1 dan x_4 bukan bilangan *integer* maka solusi ini belum layak, namun nilai pendapatan Rp30.239.500 ini dijadikan sebagai batas atas (BA). Dengan metode pembulatan ke bawah, diperoleh $x_1 = 4$, $x_2 = 15$, $x_3 = 50$, $x_4 = 10$, dengan nilai pendapatan Rp 29.700.000 dijadikan batas bawah (BB).

Karena yang belum *integer* adalah variabel x_1 dan x_4 maka kita bisa memilih salah satu variabelnya. Misal $x_4 = 10{,}9244$ menjadi variabel untuk percabangan yaitu subpersoalan 2 dengan menambahkan batas $x_4 \leq 10$ dan subpersoalan 3 dengan menambahkan batas $x_4 \geq 11$. Kemudian di cari solusi optimal dengan menggunakan metode simpleks, sehingga diperoleh solusi optimum dari tiap cabang. Proses percabangan ini di ulang sampai semua variabel bernilai *integer*.

Sub-masalah 2: $x_1 = 4{,}29$, $x_2 = 15$, $x_3 = 50$, $x_4 = 10$ dan $Z = 30.128.570$

Sub-masalah 3: $x_1 = 4{,}29$, $x_2 = 14{,}97$, $x_3 = 50$, $x_4 = 11$ dan $Z = 30.222.860$

Selanjutnya adalah meneliti batas atas dan batas bawah, nilai solusi dari masing-masing sub-masalah tidak boleh kurang dari batas atas dan tidak lebih besar dari batas atas. Karena jika kurang dari batas bawah maka solusi yang diperoleh tidak optimal dan jika lebih besar dari batas atas maka solusi tidak layak karena jika disubtitusikan nilai variabel ke dalam salah satu kendala akan diperoleh kendala melebihi persediaan yang ada.

Karena solusi sub-masalah 2 dan 3 tidak lebih kecil dari batas bawah dan tidak lebih besar dari batas atas serta nilai variabel keputusannya masih ada yang bernilai tidak integer maka pencabangan diteruskan ke sub-masalah selanjutnya. Sub-masalah 2 dicabangkan menjadi sub-masalah 4 dan 5 sedangkan sub-masalah 3 dicabangkan menjadi sub-masalah 6 dan 7.

Begitupun seterusnya dilanjutkan pencabangan pada node sub-masalah yang masih aktif. Hingga pada iterasi ke-20 solusi dari sub masalah tersebut tidak dapat dilanjutkan lagi karena nilai solusi untuk masing-masing sub-masalah tersebut tidak memenuhi kelayakan, yaitu solusi sudah tidak berada di batas bawah dan batas atas serta solusi tidak berada di atas solusi integer yang ada. Oleh karena itu, karena tidak ada masalah yang dapat di cabangkan lagi, maka iterasi selesai. Selanjutnya adalah memilihi nilai solusi optimal yang telah integer dan fisibel (artinya nilai solusi optimalnya berada antara batas atas dan batas bawah) yaitu terletak pada sub masalah 8 dengan $x_1 = 4$, $x_2 = 15$, $x_3 = 50$, $x_4 = 11$ dan diperoleh $Z = 29.820.000$.

5. Penutup

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian pembahasan di atas, maka dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut:

1. Solusi optimal menggunakan Program Linear Bilangan Bulat dalam hal ini metode simpleks dan *Branch and Bound* pada usaha jasa sewa Riska *Galery* menyewakan Baju Adat Pengantin 4 Pasang, Baju Adat Sunatan 15 buah, Baju Pawai anak-anak 50 buah dan Baju Tarian Khas Daerah sebanyak 11 buah dengan pendapatan maksimal sebesar Rp29.820.000.
2. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penerapan metode program linear bilangan bulat secara efektif dapat meningkatkan pendapatan usaha jasa sewa. Dengan menggunakan metode ini, pendapatan usaha yang awalnya sebesar Rp 20.000.000 berhasil ditingkatkan menjadi Rp29.820.000. Ini menunjukkan bahwa metode ini dapat dianggap sebagai alat yang berguna dalam mengoptimalkan pengambilan keputusan terkait alokasi sumber daya dalam usaha tersebut.

5.2 Saran

Untuk penelitian lanjutan, disarankan untuk mengembangkan model yang lebih kompleks yang mempertimbangkan lebih banyak faktor, seperti fluktuasi permintaan harian atau perubahan biaya operasional. Hal ini dapat meningkatkan tingkat ketepatan dan relevansi model.

Ucapan Terima Kasih: Penelitian ini dapat dilaksanakan dengan lancar berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak, untuk itu peneliti mengucapkan terima kasih kepada Civitas Akademika Universitas Halu Oleo, Dosen Pembimbing, Tim Penguji dan pihak-pihak lain yang telah memfasilitasi dan membantu berjalannya penelitian ini.

Daftar pustaka

[1] Y. A. Alannuariputri, (2013). *Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound dan Metode Cutting Plane untuk Optimasi Kombinasi Produk (Studi Kasus pada Perusahaan "Diva" Sanitary, Sidoarjo).*

[2] T. Asmara, M. Rahmawati, M. Aprilla, E. Harahap, dan D. Darmawan. (2018). Strategi Pembelajaran Pemrograman Linier Menggunakan Metode Grafik Dan Simpleks. *Jurnal Teknologi Pembelajaran*.

[3] Y. Ba'ru, dan V. R. Beatric. (2019). Penerapan Metode Grafik dalam Merencanakan Produksi Kue Ibu Patrisia di Rantelemo. *Jurnal Keguruan dan Pendidikan.*

[4] S. Basriati. (2018). Integer Linear Programming Dengan Pendekatan Metode Cutting Plane Dan Branch and Bound Untuk Optimasi Produksi Tahu. *Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 4(2).*

[5] H. Darmawan. (2015). Implementasi linear programming untuk mengoptimalkan sumber daya pada game RPG. *Digital library - Perpustakaan Pusat Unikom.*

[6] Erlina, E. Rosmaini, dan H. R. Sitepu. (2014). Aplikasi Program Integer. *Saintia Matematika*, 2(1), 13–21.

[7] E. Febriana. (2018). Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Ditinjau Dari Kepercayaan Diri Siswa Kelas XI Pada Materi Program Linear. *Artikel Skripsi Universitas Nusantara PGRI Kediri.*

[8] S. Hartati. (2013). Manajemen Keuangan Untuk Usaha Mikro, Kecil Dan Menengah. *Jurnal Akutansi dan Investasi.*

[9] S. Indrawati. (2018). Pelaksanaan Pembayaran Uang Sewa Pakaian Pengantin Oleh Penyewa Dalam Perjanjian Sewa Menyewa Kepada Pihak Salon Fajar Di Kota Pontianak. *E-Journal Fatwa Hukum Faculty of Law Universitas Tanjungpura, 1.*

[10] R. Nasmirayanti, I. Rafki, D. A. Utami, dan S. Afrilda. (2022). Analisa Linier Eliminasi Gauss-

Jordan Untuk Analisis Struktur Rangka Batang Segitiga Sederhana. *Rang Teknik Journal, 5(1),* 156–159.

[11] Ngusman. (2018). Perencanaan Jumlah Produksi Optimum Dengan Metode Linear Programing Pada Ud Muktijaya Cor Di Ciamis. *Jurnal Media Teknologi, 05(01).*

[12] S. D. Purba, dan F. Ahyaningsih. (2020). Integer Programming Dengan Metode Branch and Bound Dalam Optimasi Jumlah Produksi Setiap Jenis Roti Pada Pt. Arma Anugerah Abadi. *Karismatika, 6(3).*

[13] J. Supranto. (2009). *Teknik Pengambilan Keputusan.* Rineka Cipta.

[14] B. Susanta. (1996). *Program Linear*. Proyek Pendidikan Tenaga Guru. Dirjen. dikti. Depdikbud.

[15] H. A. Taha. (2007). *Operations Research an Introduction 8th*. Pearson Education, Inc.

[16] A. Warman, L. K. Firiani, dan T. Rois. (2021). Penentuan Kombinasi Produk Roti Menggunakan Metode Linear Programming Model Simplex untuk Memaksimalkan Keuntungan (Studi Kasus pada IKM Z & J Cookies). Tirtayasa Ekonomika, 16(1).

[17] B. Widiasih. (2007). Program Linear Bilangan Bulat Dual.

[18] B. Yuwono, dan N. I. Putri. (2007). *Panduan Menggunakan POM for Windows.*

Diterima tgl. 20 September 2024
Direvisi tgl. 6 Desember 2024
Disetujui untuk terbit tgl. 15 Desember 2024